Cordovil

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

COMPENDIUM ELEMENTORUM MATHESEOS UNIVERSÆ,

IN USUM

STUDIOSÆ JUVENTUTIS

ADORNATUM,

A

CHRISTIANO WOLFFIO,

Mathematum ac Philoſophiæ Profeſſore in Academia HALENSI, *Profeſſore* PETROPOLITANO *Honorario*, *Academiæ Regiæ Scientiarum* PARISINÆ, *Societatumque Regiarum* BRITANNICÆ *atque* BORUSSICÆ *Membro.*

TOMUS PRIMUS.

EDITIO SECUNDA.

LAUSANNÆ & GENEVÆ,

Sumpt. MARCI-MIC. BOUSQUET & Soc.

MDCCLVIII.

Cum Privilegio S. Cæſar. Majeſtatis.

Digitized by Google

AZ 6095/1.
Rés. VA

1'408'550.
A 136431

Digitized by Google



VIRO ILLUSTRI

ATQUE

EXCELLENTISSIMO

CHRISTIANO

WOLFFIO,

PHILOSOPHO CELEBERRIMO,

&c. &c.

S. P. D.

SAMUEL KÖNIG.

E*N abjecta patria veſte, accedit* ad Te Vir Celeberrime *Tuus de Elementis Matheſeos, ad exteros jam abiturus libellus, tanquam de conſilio, novoque or-*

Digitized by Google

natu ſententiam Patris ſciſcitaturus Filius: merito verens, ni à Te *agnitus ante, collaudatuſque diſceſſerit, ut eadem fortuna extra Patriam utatur, qua hactenus, quia tuus audiebat, in Patria uſus fuit. Da itaque hanc veniam,* Vir Celeberrime, *ut is Liber quem omnium utilitati conſecraſti, poſtquam Germaniæ ſatis diu ſervijt, multorum deſideriis invitatus, quo facilius familiariuſque complectatur, Romano habitu ſe quoque exteris tandem impertiat.*

Hoc quum ſingularem Tuam *humanitatem, ſummumque ſcientias promovendi ſtudium, nullo pacto ægre laturum ſciebam, facile adduci potui ut* Bouſqueto Lauſannenſi & Genevenſi Librario *de commodis rei Litterariæ ſemper cogitanti diligentiſſimo Homini, cum ſuum nuper de edenda verſione hujus Libri conſilium ad me detuliſſet, non ſolum de optima hac ratione non deſerenda magnopere Auctor eſſem; ſed etiam qualemcunque meam operam ad opus perficiendum promitterem, quod & Docentibus gratiſſimum, & Diſcentibus perneceſſarium judicabam.*

Tametſi enim ut noſti Vir Celeberrime, *multi præclari Viri, &*

ſcri-

ſcripſerint, *& quotidie ſcribant Mathematicos Libros*, *ut tot antehac nunquam prodierint*, *tamen nemo Vir Magnus Tyronum rationem ita habendam putavit*, *ut collectis tot*, *tamque variis Matheſeos membris*, *unum ordine atque forma commendabile Corpus*, *diſcentibus expoſuiſſet*, *niſi* TUA *Elementorum Syſtemata*, *publicæ indigentiæ*, *diu fruſtra deſideratam opem tuliſſent. Egregius ſane labor*, *celebratiſſimis* **Doctiſſimorum** *Virorum lucubrationibus*, *ut non fructu*, *ita nec laude inferior! Dum enim iſti poſt tam longas atque injuſtas nugarum dominationes*, *ad fundandum proferendumque Scientiarum imperium, ignotas Terras adeunt atque expugnant:* TU *alioquin vacuas futuras regiones numeroſo Colono reples*, *ne cultu vacantes*, *in Tyrannidem veteris Noctis*, *victæque Barbariei recidant.*

Merito itaque maximas TIBI *gratias habent*, *quotquot de inſigni laborum* TUORUM *fructu judicare poſſunt. Ut enim taceam Tuas meis encomiis majores Philoſophicas laudes; Matheſin antehac in Germania parum excultam*, *in Academiis fere neglectam*, *iiſdem in locis hodie in honore verſari*, *atque ubique diſci*, *tua propria*

eaque immortalis gloria eſt. Immo ſi TUÆ *conſilia uti fas eſſet valerent, nuſquam non ſummo generis humani decore atque bono, reſuſcitatas Platonis Academias vigere videremus. Quid mirum igitur, cum hujus* TUI *laboris tantam utilitatem perſenſerint Germani, deſiderare exteros ut ad ſe quoque harum tuarum vigiliarum fructus perveniant; quorum juſtiſſimis deſideriis morem gerentes operam dedimus ego quidem, ut liber quam fieri poſſet accuratiſſimus,* Bouſquetus *autem ut quam nitidiſſimus prodiret, ut uterque ſperare poſſimus, neque* TIBI, *neque Publico hanc noſtram ſedulitatem diſplicituram. Vale itaque* VIR CELEBERRIME, *fave huic opellæ;* TUISque *præclaris laboribus, ad priſtinas amœnas ſedes glorioſe poſtliminio redux, Scientias illuſtrare perge.*

Dabam Bernæ die 22. April.
Anno MDCCXLII.

PRÆFA-

PRÆFATIO
AUTORIS.

MATHESIN ego, propter duas rationes, & diligere, & commendare ſoleo: primum ob mirificam qua in demonſtrando utitur methodum: deinde propter optimas doctrinas, quæ ad ſolidiorem cognitionem naturæ, artiumque, & in omni vita humana, præſentiſſimum uſum habent. Propter methodum, omnibus litterarum Studioſis, Matheſeos ſtudium maxime commendandum arbitror. Cum *Philippo Melanchtone* enim, omnino ſic ſentio, neminem qui Matheſin diligenter non didicit, poſſe ulla de re ſolide, accurateque diſſerere. Hinc mire placent Græci Philoſophi, prohibentes a ſtudiis, qui Arithmeticam,

atque Geometriam non didiciſſent. Qui enim ſolidam rerum cognitionem deſiderat, is habitu pollere debet, diſtincte percipiendi, accurateque examinandi, verane an falſa ſint, quæ legendo vel audiendo accepit. Immo & illos, à quibus profundior veritatum religionis Chriſtianæ cognitio requiritur, *Fide* ut aiunt *carbonaria* ad Auditores accedere, turpe eſt; veraque, eam tantum ob rationem, nonnulla exiſtimare, quod ita à Doctore, *Magno Viro*, accepiſſent. Quod quam inſulſum ſit quis non videt? Non enim ſufficit veritatem ab illo doceri, ſed ipſi quoque ſuo judicio vera perhiberi perſpicere debent, certique eſſe, traditam Scripturæ interpretationem rectam eſſe, atque Dogmata inde deducta legitimis ratiociniis conſequi. Cum enim ipſe PAULUS ferre nolit, ut Fideles ſint *mente pueruli* (1), id eſt, tanquam pueruli, abſque prævio examine recipiant, quidquid is, cui plurimum tribuunt præcinerit, rurſusque ex memoria proferant, quod in intellectum nunquam pervenit; ſic quoque nemo PAULUM imitans Doctor, poſtulare ab Auditoribus debet, ut ceu vagientes

(1) 1. Cor. XIV. 24. *Conf.* HAMMONDI Paraphraſis.

teſi nfantuli, pro ſua libidine ſe faſciari jactarique patiantur.

Tales pueruli fluctuationi agitationique, cujuſvis venti Doctrinæ permittere ſe debent (2); cum hanc cœcam fidem, verus Doctor nulla ratione flagitare poſſit, qua idem falſus non poſſit, utpote qui non minus ſe veritatem tenere putat ac is, qui fortaſſe cœca fortuna, non ratione duce, illam conſecutus eſt. Omnis habitus acquiritur exercitio, non autem regularum obſervandarum nudo ſtudio. Quamobrem tametſi in Logica, regulæ omnes, ad diſtincte concipiendum, atque ſolide demonſtrandum, accurate doceantur; nunquam tamen hæc diſciplina, cuiquam habitum conferre poterit, prompte iiſdem utendi. Eadem hic Logicæ quæ Legis ratio eſt; monſtrat quidem Lex, quid bonum, quid malum ſit; unde cognitio peccati oritur: ſed minime facultatem largitur vitam honeſtam vivendi. At Matheſis rite tractata perpetuum, notionum diſtinctarum, & accuratarum demonſtrationum, exercitium offert, & ita ſenſim ad habitum perducit, regulas Logicæ, abſque lapſu, ad praxin transferendi.

Has

(2) Epheſ. IV. 14.

Has ob rationes Matheſeos ſtudium, Logicæ ſtudium præcedere debet, ſi juſtum ordinem tenere, & temporis jacturam effugere volueris. Me autem non monente apparet, hanc utilitatem a Matheſeos ſtudio fruſtra expectari, ni methodus veterum Geometrarum quam accuratiſſime obſervetur: non enim ipſæ veritates mathematicæ, nude per ſe, ſed via ratioque tractandi, intellectum acuit, atque à tenebroſis notionibus ad lucidas perducit: qui ſummus Matheſeos fructus amittitur, ſimul ac methodo vulgari, Mathematicæ doctrinæ traduntur, qua efficitur, ut memoria magis quam intellectu capiantur. Et hæc eſt ratio, cur mea Matheſeos Elementa publicaverim, ibique quantum fieri potuit, Methodum veterum Geometrarum, iis quoque in locis obſervarim, quæ perfecta mathematica certitudine pertractare nimis longum fuiſſet. Immo cum veritatem perſpicere incipientibus, idem quod ex obſcuro loco in apricum prodeuntibus, uſu venire ſoleat, ut oculi nimio ſplendore præſtringantur, eumque ferre nequeant; in Elementis meis Germanica lingua conſcriptis, ſummum rigorem, neque in definiendo, neque

neque in demonſtrando obſervare, neceſſarium duxi; huncque defectum, quem Tyrones, & in ſolidiori cognitione inexercitati, perfectionem putarent, in opere Latino, inprimis Arithmetica, atque Geometria, omnis Matheſeos baſibus, ſupplere conatus ſum; ubi tam in accurate definiendo, quam ſevere demonſtrando delicatiſſimi faſtidii judicibus, nihil deſiderandum reliquiſſe exiſtimo. Id enim tenendum, nunquam naturam, neque in animo, neque in corpore ſaltum facere; ſed omnes mutationes gradatim conſequi. Proinde ſi intellectus immutari debet; non ſubito ad ſummum perfectionis gradum evehi poterit; ſed initio ad perfectionem, multis comitantibus imperfectionibus perduci debet. Interim ut hoc perfectionis initium, re ipſa non nomine tantum initium ſit, neceſſe eſt; nempe, ut, quamprimum Mathematica didicerimus, intellectus aliquantulum mutetur, & aliqua promptitudo paretur, quam alia tractando, non fuiſſemus conſecuti.

Hinc ita in Matheſi Tyrones erudiendi ſunt, ut accuratiſſimi ordinis imago, ſenſim animis ingeneretur, ſolidamque doctrinam deguſtare diſcant. Quamobrem cum

Digitized by Google

cum noſtra *Germanicà Matheſeos Elementa*, prolixiora nonnullis viſa fuerint, quam ut hujuſmodi lectionibus præſtituto brevi tempore, curſu Academico, abſolvi poſſent, & à me petitum fuiſſet, ut ex iis Compendium, in Scholarum præcipue uſum perficerem: facile propter ſummum, quo feror, ad virtutem promovendam ſtudium, adduci potui, ut de ejuſmodi Compendio elaborando cogitarem, quod non ad dimidiam molem prædictorum Elementorum excreſceret, tamen iiſdem, quoad utilitatem principalem, inferius non eſſet. Quo autem hæc utilitas vere obtineatur, de recto Libelli uſu, quædam adhuc monenda videntur.

Principio diligenter videndum ut Tyrones, in Arithmetica, Geometria, & Trigonometria, probe ſint verſati; quarum diſciplinarum initium, cum ipſis pueris, Elementa Latinæ linguæ diſcentibus, fieri poterit. His ex Arithmetica, Numeratio, & quatuor reliquæ Species in numeris integris, proponi poterunt, ita tamen, ut perpetuo interrogentur, cur ita potius, quam aliter procedant: non ſolum quo operationes mente capiant, & firmius memoriæ man-

mandent, ſed eo præcipue conſilio, ut nihil abſque ſufficiente ratione recipere diſcant, ſed omnium quæ vident vel audiunt rationem exquirant: utpote quæ ingenii exſuſcitatio animum diſcendi cupidum creat, & ad emendationem intellectus plus confert, quam idiotis videri poteſt. Poſtquam operationem recte perceperunt, ad ejus Definitionem initio Libri expoſitam, ſunt revocandi, quo conferendo Definitionem, cum ſuis exemplis, enunciata à Definitione in exemplo contueantur. Hoc modo differentiam, inter diſtincte, & confuſe percepta ſentient, ſenſimque addiſcent, occultam in ſingularibus exemplis, generalem notionem eruere: & quod non parvum eſt, attente ſemper conſiderateque agere, nullamque rem temere atque inconſulto ſuſcipere. Quod ſi deinde maturiori ætate, regulas, quas intellectus in veritate cognoſcenda ſequitur, in Logica a me expoſitas, audient; priſtina exercitatione acquiſita, imago continuo ante oculos verſabitur, & exempla, quæ recordabuntur, gratam lucem in præcepta diffundent.

In Geometria Tyrones figuras tantum diſtinguere initio doceantur, ita tamen, ut

Digitized by Google

ut eorum nomina non ſolum pronunciare, ſed etiam notas recenſere valeant, quibus figuram agnoſcunt, atque ab aliis diſtinguunt: quæ quæſtiones ex ipſis definitionibus commode formari poterunt. Hoc modo, confuſarum diſtinctarumque notionum differentiam, perſpicere diſcent, primum, ad quod in ſolida veritatis cognitione, animum debemus attendere. His præmiſſis, ad delineationem figurarum traduci poſſunt, quo earum poſſibilitatem intelligant, & ſimul perſentiant, tum demum, recte rem comprehendi, cum modum quo fieri poteſt intellexerimus. Quo facto ad Theoremata atque Problemata accedere licebit, obſervando, ut figuras ſecundum conditiones Problematis delineare jubeantur, deinde ope inſtrumentorum practice explorent, num propoſitionem veram deprehendant, & num ea quæ enunciat, experientia comprobet: quæ examina ita inſtituenda, ut, quantum fieri poteſt, quamplurima ex demonſtratione complectantur. Plura de his Demonſtrationibus Mechanicis, ut appellare ſoleo, ſub voce *Demonſtratio Mechanica* in meo *Lexico Mathematico* commentatus ſum.

Tandem

Digitized by Google

Tandem Geometria ipſa, quemadmodum in Libro perhibetur, tradi poterit, ita tamen, ut demonſtrationes interrogando doceantur, eo ordine, quo ſyllogiſmus ex ſyllogiſmo perpetua ſerie, naſcitur. Initium ſemper fiat, ab iis, quæ vel inſpectio figuræ, vel propoſitionis conditio, vel problematis reſolutio attendenti præbent, quo ſic, aliis, ante demonſtratis propoſitionibus, in mentem revocatis, novæ concluſiones inde inferri poſſint; quemadmodum hæc in *Lexico Mathematico* ſub voce *Demonſtratio* accuratius expoſui. Mihi quoque id non prætermittendum videtur, ut ſingulæ propoſitiones, una poſt alteram eo ordine ſcribantur, quo ab una ad alteram ratiocinando perducimur: nam hoc pacto non ſolum idea ſolidæ cognitionis animo ingenerabitur, ſed is quoque paulatim, methodice meditari aſſueſcet. Arithmetica, atque Geometria hoc modo rite abſolutis, ad reliquas quoque diſciplinas, ſine offendiculo tranſire licebit; ſuaſerim tamen debitis experimentis ea illuſtrari, quæ hac ratione doceri poſſunt: quod

ipſum etiam, non ſine fructu, in Geometria fieret, antequam difficiliores demonſtrationes ſuſcipiantur. Quod ſi futurum eſt, ut homines, hoc libro præſcripto modo utantur; non dubito, ſtudia bonarum Litterarum brevi in meliorem formam mutatum iri. Quem hujus mei laboris fructum ut brevi videam, animitus DEUM Opt. Max. precor.

Dabam Halæ die 21. Jul.
An. MDCCXIII.

CONSPEC-

Digitized by Google

CONSPECTUS

TOTIUS OPERIS.

In TOMO PRIMO *continentur*

I. ARITHMETICA.
II. GEOMETRIA.
III. TRIGONOMETRIA.
IV. MECHANICA.
V. HYDROSTATICA.
VI. AEROMETRIA.
VII. HYDRAULICA.
VIII. OPTICA.
IX. CATOPTRICA.
X. DIOPTRICA.
XI. PERSPECTIVA.

Digitized by Google

In Tomo Secundo *continentur*

XII. ASTRONOMIA.

XIII. GEOGRAPHIA.

XIV. CHRONOLOGIA.

XV. GNOMONICA.

XVI. PYROTECHNIA.

XVII. ARCHITECTURA MILITARIS.

XVIII. ARCHITECTURA CIVILIS.

XIX. ALGEBRA.

DE

DE
METHODO MATHEMATICA
COMMENTATIO BREVIS.

§. I.

Methodus *Mathematicorum*, puto ordinem quo in tradendis dogmatibus ſuis utuntur Mathematici, incipit à Definitionibus, pergit ad Axiomata, his ſuperſtruit Theoremata atque Problemata, quibus Corollaria, & Scholia ut res poſtulaverit, annectit.

§. II.

Sunt autem *Definitiones* diſtinctæ rerum notiones, quarum ope inter ſe diſtinguuntur, & unde reliqua derivantur, quæ de ipſis concipiuntur. Ad duas autem claſſes revocantur; ſunt enim vel *Definitiones Nominales*, vel *Definitiones Reales*.

Digitized by Google

§. III.

Definitiones nominales, ſufficientes enumerant notas, quibus res, cui hoc vel illud nomen tribuitur, agnoſci poſſit. Ut ſi in Geometria dicitur, Quadratum eſſe Figuram, quatuor latera, & quatuor angulos æquales habentem.

§. IV.

Definitiones reales, notionem diſtinctam, de rei geneſi, hoc eſt modo quo res fieri poteſt, exponunt. Talis in Geometria eſt Circuli, ſi per motum lineæ rectæ circa punctum fixum deſcribi concipitur.

§. V.

Notionem vocamus, quamlibet rei repræſentationem in mente.

§. VI.

Notio autem *clara* dicitur, cum ad rem oblatam recognoſcendam ſufficit, ex. gr., ut intelligam, propoſitam figuram *Triangulum* dici.

§. VII.

Notio obſcura contra dicitur, quæ ad rem obla-

Digitized by Google

oblatam recognoſcendam non ſufficit. Ut ſi planta commonſtretur, qua viſa dubito, viderimne alio tempore, necne, vel ſit ne illa, quæ hoc vel illo nomine vocari conſuevit; notio hujus plantæ obſcura eſt.

§. VIII.

Clara *Notio diſtincta* eſt; ſi notas recenſere valeas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, ex. gr., quod circulus ſit figura, linea curva in ſe redeunte terminata, cujus ſingula puncta ab eodem puncto intermedio æqualiter diſtant.

§. IX.

Clara *notio confuſa* eſt, ſi notas, ex quibus rem oblatam recognoſcis, recenſere minime valeas, utut in tales ſit reſolubilis: qualis eſt, ex. gr., notio coloris rubri.

§. X.

Diſtincta notio *adæquata* eſt, cum & notarum ex quibus componitur, notiones diſtinctas habueris; ex. gr., notio circuli paulo ante tradita cenſetur adæquata, ſi curvæ in ſe redeuntis, puncti intermedii, diſtantiæ æqualis, & terminationis, notiones diſtinctas habueris.

§. XI.

Contra inadæquata eſt notio, ſi notarum quæ diſtinctam ingrediuntur, nonniſi confuſas notiones habueris.

§. XII.

In Matheſi non admittuntur niſi notiones diſtinctæ, & quantum fieri poteſt adæquatæ, tam in Definitionibus realibus, quam in nominalibus.

§. XIII.

Hinc in Definitionibus ſubſequentibus, non adhibentur voces, niſi vel ex antecedentibus, vel aliunde ſatis intelligatur, quæ res iis ſubjiciantur.

§. XIV.

Et ſi, quando notione confuſa contenti ſumus, res, ad quam ſpectat, obvia ſit, neceſſe eſt, ut vel præſentem quandocunque libuerit percipere, vel ſæpius jam olim perceptæ, haud difficulter reminiſci valeamus.

§. XV.

Digitized by Google

§. XV.

Ad definitiones reales quod attinet, declarant illæ, quo modo res poſſibilis ſit, id eſt, viam atque rationem qua illa oriri poteſt (§. IV.) Ea propter, circa hoc definitionum genus duo conſideranda ſunt; 1°. utrum ea exiſtant, aut exiſtere poſſint, nec ne, quæ ad Geneſin rei concurrere aſſumimus; 2°. num ab iis proficiſci queant, quæ in formatione rei iiſdem tribuimus. Ex. gr., ſi circulus definitur, quod generetur per motum lineæ rectæ, circa punctum fixum; requiritur ad poſſibilitatem ejus, punctum, linea recta, immobilitas puncti, quo motum rectæ regat, & talis denique rectæ motus, ut in priſtinum locum unde diſceſſerat, revertatur.

§. XVI.

Definitiones tam reales, quam nominales, tum in ſe conſiderari, tum inter ſe conferri poſſunt. Si conſiderando definitiones, aliquid exinde immediate concluditur, *Axioma* vocatur. Ex. gr., Geneſin circuli conſideranti, facile apparet omnes rectas ex centro ad peripheriam ductas inter ſe æquales eſſe, cum unam eandemque lineam in diverſo ſitu referant. Hæc adeo propoſitio in Axiomatum numero habetur. *Dn.* DE TSCHIRNHAUSEN hanc vocem in hoc ſen-

Digitized by Google

ſenſu adhibet. Vulgo quævis propoſitio, quam ſine demonſtratione concedimus *Axioma* audit. Atque in hoc ſenſu *Euclides* ac reliqui veteres Geometræ hac voce utuntur.

§. XVII.

Axiomata enunciant, vel aliquid eſſe, vel aliquid effici poſſe. Axioma ſpeciei prioris, illud eſt, quod modo ex definitione circuli deduximus: ſc. *Omnes Lineas ex centro ad peripheriam ductas eſſe æquales.* Contra Axioma alterius ſpeciei eſt id, quod ex definitione *lineæ rectæ* fluit: ſc. *A quovis puncto ad quodvis punctum, poſſe lineam rectam duci.* Axiomata hujus ſpeciei dicuntur *Poſtulata.*

§. XVIII.

Quoniam igitur axiomatum & poſtulatorum veritas, per intuitum definitionum ex quibus fluunt cognoſcitur; demonſtratione nulla indigent, Veritas enim eorum apparet, quamprimum realitas Definitionum fuerit evicta. Quamobrem, verumne an falſum Axioma ſit, ante examinatam Definitionis poſſibilitatem, cum certitudine dijudicari non poteſt. Secus enim id ſolum conſtat,

po-

Digitized by Google

poſita definitionis poſſibilitate, axiomata vera futura. Hinc quoque manifeſtum fit, cur TSCHIRNHAUSIUS Axiomata tanquam propoſitiones definiverit, quæ ex definitione intelliguntur (§. XVI.)

§. XIX.

Cum Axiomatibus & Poſtulatis, etiam Experientiæ nonnunquam confunduntur. *Experiri* autem dicimur, quidquid ad perceptiones noſtras attenti, cognoſcimus; ex. gr., dum accenſa candela, conſpicua fieri videmus, quæ ante non apparebant, experientia hoc comperire dicimur. Proinde Experientiæ non niſi rerum ſingularium propoſitiones ſunt, quoniam non niſi res ſingulares percipimus.

§. XX.

Quando pluribus inter ſe collatis definitionibus, quædam inde inferuntur, quæ ex conſideratione unius tantum deduci non potuiſſent; dicuntur hæ concluſiones *Theoremata*, Ex. gr., ſi in Geometria Triangulum cum Parallelogrammo, ſuper eadem baſi, & ejuſdem altitudinis confertur, & partim immediate ex ipſis eorundem defini-

Digitized by Google

nitionibus, partim ex aliis eorundem proprietatibus, jam ante erutis, infertur; Parallelogrammum eſſe trianguli duplum: ea propoſitio, *Triangulum eſt dimidia pars Parallelogrammi, quod eandem baſin, & eandem altitudinem habet*, in Theorematum numero habetur.

§. XXI.

Duo autem ſunt, quæ in omni Theoremate attentionem merentur, *Propoſitio* nempe, atque *Demonſtratio*. Iſta quidem enunciat, quid rei cuidam ſub certis conditionibus convenire poſſit, quid non: in hac autem rationes exponuntur, ob quas intellectus concipere valet, illud ipſi convenire.

§. XXII.

Demonſtrationum autem principia, ſunt partim Definitiones vocum rerumque in propoſitione contentarum, partim proprietates ex iiſdem definitionibus jam derivatarum rerum. Quoniam vero in Matheſi principia non admittuntur, niſi quæ ante fuerint evicta: definitiones ac propoſitiones, quibus demonſtrationes ſuperſtruuntur citari ſolent, partim ut appareat genuina

prin-

Digitized by Google

principia adhiberi; partim ut ignaris conſtet unde ipſorum certitudo haurienda.

§. XXIII.

Non alia vero eſt ratio ex principiis conclusiones inferendi, quam quæ in omnibus libellis logicis, ubi de ſyllogiſmo agitur, dudum fuit expoſita. Sunt enim demonſtrationes Mathematicorum, congeries quædam Enthymematum, ita ut omnia vi ſyllogiſmorum concludantur, omiſſis ſaltem præmiſſis, quæ vel ſponte meditanti occurrunt, vel per citationes in memoriam revocantur. Hoc non ſolum *Clavius* in demonſtratione proportionis primæ *Element. Euclidis* oſtendit: ſed *Herlinus* quoque atque *Daſipodius* ſex priora Elementa *Euclidis*, & *Heniſchius* integram Arithmeticam per ſyllogiſmos in forma demonſtravere.

§. XXIV.

Problemata aliquid faciendum proponunt, & tribus partibus conſtant, *Propoſitione* ſcilicet, *Reſolutione*, ac *Demonſtratione*. In propoſitione quid fieri debeat indicatur. In reſolutione ſinguli actus ordine decenti recenſentur, quibus efficitur quod erat faciendum.

Deni-

Digitized by Google

Denique in demonſtratione evincitur, factis iis, quæ reſolutio præcipit, effectum intentum obtineri. Quoties itaque Problema demonſtrandum; in Theorema convertitur, cujus hypotheſin reſolutio, theſin vero propoſitio conſtituit. Generalis enim omnium Problematum demonſtrandorum tenor hic eſt. Factis iis quæ reſolutio præcipit, illud quoque efficitur quod erat faciendum.

§. XXV.

Rationes ſubinde non deſunt, cur ad caſus ſpeciales, applicentur propoſitiones generales, ex quibus propoſitiones ſæpe alias, prona conſequentia deducere licet. Quæ utroque modo eruuntur propoſitiones, *Corollaria* nuncupantur.

§. XXVI.

In *Scholiis* denique, tam definitionibus, quam propoſitionibus, earumque Corollariis ſubjungi ſolitis, obſcura declarantur, ad dubia reſpondetur, uſus doctrinarum indicatur, hiſtoriæ ac fontes inventionum deſcribuntur, & ſi quæ alia ſcitu nec injucunda nec inutilia occurrunt, inſeruntur.

§. XXVII.

Digitized by Google

§. XXVII.

Explicatam hactenus Methodum qui probe perpendit, ejus univerſalitatem haud dubie agnoſcet, nec diffitebitur, ſine ea ad ſolidam rerum cognitionem perveniri haud quaquam poſſe. Dicitur vero *Methodus Mathematica*, immo ſæpius *Geometrarum Methodus*, quia hucuſque Mathematici fere ſoli, in Geometria inprimis, ejus leges ſancte cuſtodiverunt.

§. XXVIII.

Explicatæ Methodi legibus, cum ex aſſe ſatisfiat in Matheſi præſertim pura; non ex vano prædicatur, quod Mathemata judicium acuant, hoc eſt, quod eorum cultores promptitudinem acquirant veritatem quamlibet, ad quam animum appellunt, accuratius, quam alii ſolent, dijudicandi, qui non tam accurate ordinateque meditari conſueverunt.

§. XXIX.

Fructus igitur, quem ex ſtudio Matheſeos maximum percipere licet, participes non fiunt, quotquot praxes quaſdam Mathematicas, aliaſque parum Mathematicas

dil-

Digitized by Google

diſciplinas, vulgo tamen ad eaſdem referri ſolitas, addiſcunt. Licet enim in vita communi utiles ſint, nemini tamen judicii acumen, ac inveniendi habitum comparant, quia hæc non niſi à ſeria demonſtrationum meditatione expectare licet.

FINIS.

DISCURSUS DE METHODO MATHEMATICA.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA ARITHMETICÆ.

DEFINITIO I.

1. ARITHMETICA eſt Scientia computandi, hoc eſt, ex quibuſdam numeris datis inveniendi alios, quorum ad cognitos relatio datur. E. gr. Si fuerit inveniendus numerus, qui duobus 6. & 8. junctim ſumtis æqualis eſt.

SCHOLION.

2. *Scientia ſignificat habitum aſſerta ex principiis certis & immotis per legitimam conſequentiam inferendi.*

Digitized by Google

DEFINITIO II.

3. Si plura individua ejuſdem ſpeciei junctim ſumuntur, oritur inde *Numerus.* e. gr. Si ad globum *unum* ponatur adhuc alius, habentur *duo* globi. Ad hos ſi ponatur denuo unus, habentur eorum *tres*, &c.

COROLLARIUM I.

4. Quivis igitur numerus ſupponit certam quandam unitatem, & nulli numeri inter ſe comparari nec componi poſſunt, niſi ex iiſdem oriantur unitatibus. E. gr. Si dico 6; oportet ut quævis unitas, quæ in hunc numerum ſuſcipitur, ſit res ejuſdem ſpeciei, ut Canis, Pomum, Domus, Thalerus, Groſſus &c.

COROLLARIUM II.

5. Numerus fit major vel augetur, ſi alii numeri ejuſdem ſpeciei adjiciuntur: è contra minuitur, ſi unus vel plures numeri ejuſdem ſpeciei auferuntur. Nec plures permutationes numeri admittunt. Numeri vero ejuſdem ſpeciei ſunt, qui ex iiſdem componuntur unitatibus (§. 4.)

COROLLARIUM III.

6. Si Numerus augetur, numeri, qui illi adjiciuntur, vel ſunt omnes inter ſe illi æquales, ut

ut ſi 6 aliquoties ſumitur; vel ſunt majores & minores illo, ut ſi 6, 3, 5 &c. junctim ſumuntur. Duo igitur diverſi ſunt modi augendi numerum.

COROLLARIUM IV.

7. Nec minus evidens eſt, quod, ſi numerus minuitur, unus vel plures numeri minores ſucceſſive ab illo auferantur; vel etiam quod unus tantum numerus toties ab illo auferatur, quoties id fieri poteſt. Duo igitur diverſi ſunt modi minuendi numerum.

SCHOLION.

8. *Hinc ortæ ſunt quatuor computandi ſpecies, ſcilicet* Additio, Subſtractio, Multiplicatio *&* Diviſio, *ut ex Definitionibus ſequentibus colligendum.*

DEFINITIO III.

9. *Additio* eſt inventio alicujus numeri, qui pluribus numeris ejuſdem ſpeciei junctim ſumtis æqualis eſt. Numeri dati dicuntur *ſummandi*; quæſitus autem *ſumma* vel *Aggregatum.*

COROLLARIUM.

10. Quoniam quivis numerus ex pluribus componitur unitatibus (§. 3.), Additio peragitur,

agitur, ſi uni numerorum datorum unitates reliquorum ſucceſſivè annumerentur.

SCHOLION.

11. *Unitates numerorum ſub initium per digitos repræſentantur, & neceſſaria ad Additionem numeratio tandiu per digitos abſolvitur, donec memoriæ infigatur, quantum quivis numerus parvus ad alium numerum ſumtus conſtituat, e. gr. duo & tria conſtituere quinque; ſex & octo autem quatuordecim.*

DEFINITIO IV.

12. *Subſtractio* eſt inventio alicujus numeri, qui cum uno numero dato ejuſdem ſpeciei ſimul ſumtus alii numero dato æqualis eſt. Numerus per Subtractionem inventus dicitur *Differentia* numerorum datorum.

COROLARIUM.

13. Quoniam quilibet numerus componitur ex pluribus unitatibus (§. 3.) Subtractio perficitur, ſi ab uno numerorum datorum ſucceſſive auferantur unitates reliquorum.

SCHO-

SCHOLION.

14. *Quod in Scholio Definitionis præcedentis de Additione* (§. 11.) *dictum eſt, idem quoque hic habet locum in Subtractione.*

DEFINITIO V.

15. *Multiplicatio* eſt inventio alicujus numeri ex duobus datis, in quo toties continetur datorum unus, quoties unitas in altero. Numerus quæſitus dicitur *Productum* vel *Factum* : numeri dati *Factores.*

COROLLARIUM.

16. Multiplicatio itaque non eſt, niſi iterata ejuſdem numeri Additio (§. 9.)

DEFINITIO VI.

17. *Diviſio* eſt inventio alicujus numeri ex duobus datis, qui indicat, quoties numerus datorum unus in altero continetur, & hinc *Quotus*, interdum quoque *Exponens* audit.

COROLLARIUM I.

18. Diviſio itaque non eſt, niſi iterata ejuſdem numeri ab alio Subtractio (§. 12.)

COROLLARIUM II.

19. Et quoties datorum unus (qui Diviſor dicitur) in altero (qui dividendus vocatur) toties unitas in Quoto contineatur neceſſe eſt.

AXIOMA I.

20. *Quilibet numerus vel quantitas eſt æqualis ſibimetipſi.*

SCHOLION.

21. *Hoc axioma uſum ſuum habet, quia, quemlibet numerum conſiderare licet tanquam ortum ex diverſis aliorum numerorum compoſitionibus vel permutationibus. E. gr. Sex oritur ſi* 4 & 2 *addo; ſi* 3 *per* 2 *multiplico; ſi* 2 *ab* 8 *ſubtraho; ſi* 12 *per* 2 *divido. Vi itaque Axiomatis noſtri, ſumma ex* 4 & 2, *factum ex* 3 *in* 2, *differentia inter* 2 & 8, *Quotus ex* 12 & 2 *ſunt inter ſe æqualia.*

AXIOMA II.

22. *Duo numeri vel quantitates eidem tertiæ æquales, ſunt etiam æquales inter ſe.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

23. *Habeo, e. gr. tres pecuniæ acervos. In primo ſunt totidem Thaleri ac in ſecundo; in tertio ſimiliter totidem ac in ſecundo. Adeoque in primo totidem ac in tertio ſint neceſſe eſt. Exempla Definitiones & Axiomata illuſtrant: quod ſemel pro ſemper moneo.*

AXIOMA III.

24. *Si æqualibus æqualia addas, aggregata ſunt æqualia. Si vero majori & minori idem vel æqualia addas, aggregatum prius majus eſt, poſterius minus.*

AXIOMA IV.

25. *Si æqualia ab æqualibus ſubtrahas, quæ relinquuntur æqualia ſunt. Quodſi vero idem vel æqualia à majore & minore ſubtrahas, reſiduum prius majus eſt, poſterius minus.*

AXIOMA V.

26. *Si æqualia per æqualia multiplices, facta æqualia ſunt. Quod ſi vero majus & minus per idem vel æqualia multiplices,*

Digitized by Google

ces, factum prius majus eſt, poſterius minus.

AXIOMA VI.

27. *Si æqualia per æqualia dividas, quoti æquales ſunt. Quod ſi vero majus & minus per idem vel æqualia dividas; quotus prior major eſt, poſterior minor.*

COROLLARIUM.

28. Hinc ſi duo computant exemplum, & neuter committit errorem, eadem prodibunt. Sed ſi diverſa inveniunt, ut unus eorum erraverit neceſſe eſt.

AXIOMA VII.

29. *Quod uno æqualium majus vel minus eſt, etiam altero æqualium majus vel minus eſt.*

AXIOMA VIII.

30. *Totum eſt æquale omnibus ſuis partibus ſimul ſumtis, adeoque majus qualibet ſua parte.*

HYPO-

Digitized by Google

HYPOTHESIS I.

31. *In numerando ultra decem non eſt progrediendum. Si in numerando ad denarium pervenitur, initium numerandi repetatur, niſi quod denariorum numerus una exprimatur.*

SCHOLION.

32. *Hæc eſt lex numerandi generalis, ubivis gentium recepta: & cum à prima ætate eidem adſueverimus, neceſſitatis videtur. Ratio vero, quare non ultra decem numeratur, eſt procul dubio inde derivanda, quia Homines digitis in computando uti ſolent, quamdiu in computando nondum ſatis verſati* (§. 11.)

COROLLARIUM.

33. Pro quolibet igitur ex his decem numeris peculiari opus eſt nomine, & præterea aliis, quibus decadum multitudo denotetur. Illa ſunt *unum*, *duo*, *tria*, *quatuor*, *quinque*, *ſex*, *ſeptem*, *octo*, *novem*, *decem*; hæc vero *viginti*, *triginta*, *quadraginta*, *quinquaginta*, *ſexaginta*, *ſeptuaginta*, *octoginta*, *nonaginta*, *centum*.

Digitized by Google

HYPOTHESIS II.

34. *Quemadmodum* decies decem, centum *nominatur; ſic nominetur porro decies centum*, Mille; *millies mille*, Millio; *millies millia millionum*, Billio; *millies millia Billionum*, Trillio *vel* triplex Millio, &c.

SCHOLION.

35. *Hac denominatione utimur, ut confuſio in numeris prolixis evitetur; & de quavis eorum parte notio diſtincta formari poſſit.*

HYPOTHESIS III.

36. *Novem numeri ſequentibus characteribus vel notis exprimantur:* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. *Ut vero & Decades, Centenarios, Millenarios &c. iiſdem indigitare poſſimus, valor ipſis tribuatur localis, ita, ut ſolitarii vel in loco dextimo poſiti* Unitates *ſive digitos, in ſecundo* Decades, *in tertio* Centenarios, *in quarto* Millenarios *&c. denotent. Loca vacua repleantur*, cyphra, 0, *quæ ſcilicet ſit Nullitatis nota.*

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA I.

37. *Numerum ſcriptum enunciare, hoc eſt, cuilibet characteri valorem competentem aſſignare.*

1. Numerus propoſitus per commata dividatur in claſſes, tres notas unicuique aſſignando, initio à dextris facto. Non repugnat ut claſſi ſiniſtimæ tres vel pauciores notæ cedant.
2. Nota dextima poſt comma ſecundum notetur puncto apici adſcribendo & quæ poſt quartum duobus punctis, &c.
3. Comma ſolitarium per millenarios, punctum unum per milliones, duo puncta per Billiones, &c. Nota vero ſiniſtima claſſis uniuſcujuſque per centenarios, media per decades, dextima per unitates enuncietur: Sic factum eſt quod petebatur.

E. gr. Si Numerus ſequens fuerit enunciandus.

2∴, 125, 473∶, 613, 578˙, 432, 597.

Dic: Duæ trilliones, centum & viginti quinque millia billionum una cum quadringentis ſeptuagin-

tuaginta tribus billionibus, ſexcenta & tredecim millia millionum una cum quingentis ſeptuaginta octo millionibus, quadringenta & triginta duo millia, quingenta & nonaginta ſeptem.

DEMONSTRATIO.

Omnia ſunt manifeſta per hypotheſes præmiſſas (§. 31. 34. 36.)

PROBLEMA II.

38. *Numeros quotcunque datos addere.*

RESOLUTIO.

1. Numeri dati ita ſub ſe invicem ſcribantur, ut unitates unitatibus, decades decadibus, centenarii centenariis, &c. reſpondeant (§. 4.)
2. Sub numeris ſcriptis ducatur linea recta, ad confuſionem evitandam.
3. Sigillatim addantur unitates & ſumma earum ipſis ſubſcribatur. Quodſi in ea decades reperiantur, eas decadibus numerorum datorum connumerari oportet: decadum vero ſumma ſub decadibus collocanda. Hac opera-

Digitized by Google

operatione continuata, habebitur tandem ſumma quæſita.

Vel: Ex qualibet numerorum ſerie tot decades deleantur, quot ex iis colligi poſſunt, & continuo connumerentur tot unitates ſeriei proxime ſiniſteriori, quot decades abjectæ fuerint: reſiduum loco conveniente ſcribatur, ut ante.

E. gr. ſi numeri ſequentes fuerint addendi,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

Dic: 4 & 3 ſunt 7, additis 8, prodeunt 15. Collocentur 5 ſub unitatibus & 1 decas connumeretur decadibus datis, & dic porro 1 (ſc. decas) & 6 ſunt 7 (decades), additis 2 prodeunt 9; additis porro 7 habentur 16 (decades). Collocentur hæ 6 decades ſub decadibus datis & reliquæ 10 decades, hoc eſt, 1 centenarius annumeretur centenariis datis numerorum datorum &c.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus conti-

tinet omnes unitates, omnes decades, omnes centenarios, omnes millenarios, &c. numerorum datorum, hoc eſt, omnes eorum partes. Adeoque æqualis eſt omnibus datis ſimul ſumtis (§. 30.) conſequenter ſumma eorundem eſt (§. 9.) Q. E. D.

SCHOLION I.

39. *Si numerorum datorum partes omnes tanquam unitates ſpectantur, animadvertetur, quod in ſummam exceſſus tantum numerorum ſummatorum ſupra 9 reponatur. Nam loco quindecim ſcribimus numeros* 1 *&* 5, *qui inſtar unitatum conſiderati efficiunt 6, ſunt igitur exceſſus numeri quindecim ſupra novem. Similiter loco ſexdecim ſcribimus infra ſeriem decadum 6 & infra ſeriem centenariorum* 1, *qui duo numeri ſimul ſumti conſtituunt 7, ſi pro unitatibus habentur, ſunt igitur exceſſus numeri ſexdecim ſupra novem &c. Hinc liquet inter ſummandum tot novenarios omitti, quot unitates ex ſumma ſeriei dexterioris in ſiniſteriorem transferuntur.*

SCHOLION II.

40. *Si igitur noſſe deſideramus, an numerus inventus ſit æqualis omnibus datis ſimul ſumtis, notentur* (1) *dictæ unitates à latere & operatione abſoluta addantur, ut numerus novenariorum*

rum

Digitized by Google

rum inter ſummandum omiſſorum innoteſcat. (2) *Abjiciantur præterea ex ſumma inventa novenarius quoties fieri poteſt, abjectorumque novenariorum numerus addatur numero inter ſummandum omiſſorum: quæ ſumma una cum numero reſiduo, ſi quis fuerit, probe notetur.* (3) *Tandem etiam quoties ex numeris datis novenarius abjici poſſit & qui ſit numerus reſiduus notetur. Quodſi enim numerus novenariorum abjectorum una cum numero reſiduo utrobique æqualis fuerit, numerus inventus æquatur omnibus datis ſimul ſumtis* (§. 25.), *& hinc certi ſumus nos in regularum applicatione non aberraſſe* (§.38). *Ut in exemplo præcedenti inter ſummandum tres novenarii omittuntur & ex ſumma reperta unus adhuc deleri poteſt, quo facto relinquuntur 7. Sed ſi ex numeris ſummandis 4 novenarii abjiciantur, 7 ſimiliter relinquuntur. Quare Additio rite peracta.* Bonitas operationis inde quoque confirmatur, *ſi exemplum diverſa ratione computatur, vel utroque modo præſcripto, vel ita ut una vice aſcendendo altera vero deſcendendo ſummatio numerorum ejuſdem ſeriei perficiatur. Idem enim error non facile committitur, ſi diverſa ratione computatur.*

SCHOLION III.

41. *Mathematici ſignum peculiare adhibent*, quo Additionem *indigitant*, *ſcilicet ſignum* +, *quod per* plus *eſſerri ſolet. Adeoque* Summam *duorum numerorum* 3 *atque* 7 *ita* (3+7) *ſcribunt.*

SCHO-

SCHOLION IV.

42. *In additione compoſita tot delentur, quot collecti integrum ſpeciei proxime majoris efficiunt & pro unoquoque unitas reponitur in ſerie proxime ſequenti. E. gr. ex Nummis toties delentur 12, quoties fieri poteſt & eorum loco additur unitas Groſſis, quia 12 Nummi conficiunt Groſſum. Ex groſſis abjiciuntur ſimul 24 & eorum loco 1 Thaleris connumeratur, quia Thalerus 24 groſſis conſtat. Eodem modo progredimur in caſibus reliquis. Ut:*

15 *thal.*	20 *groſſ.*	10 *num.*
28	14	2
30	16	6
75 *thal.*	3 *groſſ.*	6 *num.*

PROBLEMA III.

43. *Numerum minorem e majore ſubtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus minor ea lege majori ſubſcribatur, quemadmodum in Additione præcepimus (§. 38.)
2. Sub numeris hiſce ducatur linea recta.

3. Sub-

Digitized by Google

3. Subtrahantur ſigillatim unitates ab unitatibus, decades à decadibus, centenarii à centenariis &c. & reſidua ſingula loco conveniente infra lineam ſcribantur, nempe reſiduum unitatum ſub unitatibus, decadum ſub decadibus &c.

4. Quodſi nota major à minore veniat ſubtrahenda, ex ſiniſteriore loco in dexteriorem transferatur unitas, quæ (§. 36.) hic decem valebit. Sic à numero decade aucto ſubtractio fieri poteſt: numerus vero in loco ſequenti unitate mulctatus puncto notetur.

5. Denique ſi in loco ſiniſterio o reperiri contingat, tranſeundum eſt tamdiu verſus ſiniſtram, donec inveniatur numerus, à quo mutuetur 1, hac ratione perinde eſt ac ſi in loca vacua 9 & in eum, ubi ſubtractio fieri nequit, 10 ponerentur (§. 36).

Juxta has regulas numerum quemcunque datum ex alia quocunque majore ſubtrahere licet.

E. g. Si numeri ſequentes fuerint à ſe invicem ſubtrahendi.

98.	0.	0.	4.	0.	34.	59
47	4	3	8	6	52	63
50	5	6	5	3	81	96

Dic: demtis 3 ex 9 relinquuntur 6 unitates, unitatibus infra lineam ſubſcribendæ. Dic porro 6 (ſc. decades) ex 5 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4 in loco proxime ſequenti, remanebunt itaque in eo 3 & habeo 15 loco 5. Ablatis ergo 6 ex 15 remanent 9 decades, decadibus infra lineam ſcribendæ. Quo facto perge & dic: 2 ex 3 ſubducta relinquunt 1: 5 ex 3 auferri nequeunt. Mutuo igitur 1 à 4, quo in locum vacuum delato habeo in eo 10. Inde ſi 1 aufero, remanent in eo 9 & loco 3 obtineo 13. Subductis jam 5 & 13 relinquuntur 8, & demtis 6 ex 9 relinquuntur 3. Quia 8 ex 3 denuo ſubtrahi nequeunt, mutuetur 1 ab 8 & transferatur in locum vacuum primum, ſic habeo in hoc 10 & in illo adhuc 7. A 10 mutuetur 1 & transferatur in locum vacuum alterum verſus dextram, remanebunt ibi loco 10 adhuc 9 & hic habeo 10. A quo ſi mutuetur denuo 1, reſtabunt in eo adhuc 9 & loco 3 obtineo 13. Jam dic: demtis 8 ex 13. relinquuntur 5: 3 ex 9 relinquuntur 6; 4 ex 9 relinquuntur 5. Quodſi reſiduum ſemper infra lineam loco convenienti ſcribatur, habetur numerus quæſitus.

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Vi operationis numerus inventus continet reſiduum omnium unitatum, omnium decadum, omnium centenariorum, omnium millenariorum &c. hoc eſt reſiduum omnium partium. Quoniam vero reſiduum omnium partium ſimul ſumtum integro reſiduo æquale (§. 30.); numerus inventus eſt reſiduus, qui relinquitur, ſi numerus unus ab altero auferatur, conſequenter unà cum numero ablato alteri datorum æqualis. Per regulas ergo datas Subtractio abſolvitur (§ 12.) Q. E. D.

SCHOLION I.

44. *Quodſi noſſe deſideres, an operatio rite fuerit peracta, addatur juxta Problema II.* (§. 38) *numerus inventus datorum minori. Summa erit major* (§. 12.)

$$
\begin{array}{r}
9\,8.\,0.\,0.\,4.\,0.\,3\,4.\,5\,9 \\
4\,7\,4\,3\,8\,6\,5\,2\,6\,3 \\
\hline
5\,0\,5\,6\,5\,3\,8\,1\,9\,6 \\
\hline
9\,8\,0\,0\,4\,0\,3\,4\,5\,9
\end{array}
$$

SCHOLION II.

45. *Signum* Subtractionis *eſt* —, *quod per* minus *efferri ſolet*: *hinc* differentia *duorum numerorum ut* 8 & 5, *ita* (8—5) *ſcribitur & effertur*: 8 minus 5.

SCHOLION III.

46. *Subtractio compoſita a priori in eo tantum differt, quod unitas à ſpecie majore mutuo petita non* 10, *ſed tot unitates valet, quot unitates ſpeciei minoris conſtituunt valorem unitatis ſpeciei majoris, e. gr. unitas a Groſſis mutuo ſumta in loco Nummorum valet* 12; *econtra unitas a Thaleris mutuo ſumta in loco Groſſorum valet* 24; *unitas à Libris mutuo ſumta in loco ſemiunciarum valet* 32; *ut*:

Si ex	12 *thal.*	18 *groſ.*	4 *num.*	*ex*	32 L.	17 S.
ſubtrahas	8	20	6		12	24
remanent	3 *thal.*	21 *gr.*	10 *num.*		19 L.	25 S.

PROBLEMA IV.

47. *Abacum* Pythagoricum, *hoc eſt, Tabulam conſtruere, in qua facta ex ſingulis digitis in ſingulos repræſentantur.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Latera quadrati alicujus ſingula in 9 partes æquales dividantur & per lineas tranſverſas in areolas area ejus reſolvatur.
2. In ſerie horizontali ſumma & laterali ſiniſtima ſcribantur novem notæ numericæ, ſeu ſinguli digiti.
3. Addantur 2 ſibi invicem, & productum 4 ponatur infra 2: cui addantur porro 2, erit 6 productum ex 3 in 2: ad 6 addantur denuo 2, ſic obtinebis 8 productum ex 2 in 4.
4. Quodſi eadem lege reliqui numeri inveſtigentur & in ſuas areolas convenienter inferantur, Abacus Pythagoricus erit confectus, qui erat conſtruendus.

Digitized by Google

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

SCHOLION.

48. *Abacum* Pythagoricum *memoriæ mandare tenetur multiplicationem ac diviſionem expedite abſoluturus. Quamdiu vero memoriæ infixus non eſt, ad manus eſſe debet, quoties multiplicas aut dividis.*

PROBLEMA V.

49. *Numerum qnendam datum per alium datum multiplicare.*

RESOLUTIO.

1. Numerus unus ita ſcribatur ſub altero, ut in Additione factum (§, 38.)

2. Du-

2. Ducatur ſub iis linea recta.
3. Infra hanc ex Abaco *Pythagorico* ſcribantur ſingula producta ex ſingulis numeri inferioris notis in ſingulas ſuperioris, ea quidem lege, ut decades cujuslibet producti annumerentur producto proxime ſiniſteriori & quælibet productorum ſeries uno loco ſiniſtram verſus promoveatur.
4. Tandem producta partialia addantur (§. *cit.*); eorum aggregatum erit factum quæſitum.

E. gr. Si 38476 per 35 multiplices, numeros ſibi invicem ſubſcribe modo ſequenti.

```
  38476
     35
 -------
 192380
115428
-------
1346660
```

Et dic: quinquies 6. ſunt 30. Scribe o ſub 5 & dic porro: quinquies 7 ſunt 35, additis 3 antea reſiduis prodeunt 38. Pone 8 juxta o verſus ſiniſtram & dic porro: quater 5 ſunt 20, additis 3 proveniunt 23. Scribe itaque 3 jux-

Digitized by Google

ta 8 & dic: quinquies 8 ſunt 40, additis 2 proveniunt 42. Scribe 2 juxta 3 & dic denuo: ter 5 ſunt 15, additis 4 proveniunt 19. Colloca 19 juxta 2, quo facto numerus ſuperior quinquies ſumtus eſt. Nec abſimili modo procede cum 3 dicendo: ter 6 ſunt 18. Scribe 8 loco uno ulterius ſiniſtram verſus & dic porro. ter 7 ſunt 21, addito 1 prodeunt 22. Scribe 2 juxta 8 verſus ſiniſtram & ita porro. Tandem hi duo numeri addantur, ſumma 1346660 erit productum quæſitum.

DEMONSTRATIO.

Vi operationis & Abaci *Pythagorici* (§. 47.) prima ſeries numerorum, qui adduntur, numerum ſuperiorem toties continet, quoties nota inferioris prima verſus dextram unitatem. Et quia ſeries ſubſequentes continue nota una ſiniſtram verſus promoventur, quælibet earum numerum ſuperiorem toties continet, quoties quælibet ſubſequens numeri inferioris nota unitatem (§ 36.) Adeoque ſi ſingulæ ſeries addantur; ſumma numerum ſuperiorem toties contineat neceſſe eſt, quoties unitatem (§. 9.) Conſequenter numerus ſuperior per inferiorem multiplicatus eſt (§. 15.) Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

50. *Si factoribus cyphræ adhæreant, producto invento eædem adjunguntur, ut ex ſequentibus exemplis manifeſtum.*

386	4750
200	300
77200	1425000

Alias adhuc notandum, quod ſignum multiplicationis *ſit punctum unicum* (.), *e. gr. ſi ſimpliciter indicare volo, quod* 3 *per* 4 *ſint multiplicanda; ſcribo* (3. 4), *quod denotat factum ex* 3 *in* 4. *Quodſi productum dividatur* (§. 51.) *per alterutrum numerorum datorum, e. gr.* 1346660 *per* 35 *proveniet numerus datorum alter* 38476. *Et hoc eſt examen, utrum multiplicatio rite fuerit peracta nec ne* (§. 15. 17).

PROBLEMA VI.

51. *Numerum datum per alium minorem dividere.*

RESOLUTIO.

Casus I. Si diviſor unica fuerit nota,

1. Scribatur is ſub nota numeri dividendi ſiniſtima, aut, ſi ea minor fuerit

 ſub

ſub proxime ſequente, ac inveſtigetur, quoties in nota vel notis ſuprascriptis contineatur. Numerus, qui hoc indicat, ponatur dextram verſus poſt lunulam loco quoti.

2. Quotus ducatur in diviſorem & productum ex nota vel notis ſupraſcriptis dividendi ſubtrahatur & his deletis, ſi quod fuerit reſiduum, ſupraſcribatur.

3. Diviſor ad notam ſubſequentem verſus dextram promoveatur, & denuo inveſtigetur, quoties is in notis ſupraſcriptis contineatur. Reliqua peragantur ut ante.

Quodſi hæc operatio per ſingulas dividendi notas continuetur, quotus invenietur.

E. gr. Sit numerus 7856 dividendus per 3.

~~1~~ ~~1~~2
~~7~~ ~~8~~ ~~5~~ ~~6~~ (2618
~~3~~ ~~3~~ ~~3~~ ~~3~~

Pone 3 ſub 7 & dic: 3 in 7 continentur bis. Scribe 2 poſt lunulam loco quoti & dic porro: bis 3 ſunt 6: ablatis 6 ex 7 remanet 1. Promove 3 ſub 8 & dic: 3 in 18 continentur ſexies.

Digitized by Google

ſexies. Junge 6 primæ quoti parti & dic: ter 6 ſunt 18: demtis 18 ab 18 relinquitur nihil. Quod ſi eadem ratione pergatur, quotus tandem integer prodit 2618 & binarius 2 remanet: id quod indicio eſt, numerum propoſitum in tres partes æquales exacte dividi non poſſe.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex Abaco *Pythagorico* conſtat, quoties quilibet digitus in facto ex quolibet digito in quemlibet contineatur (§. 47.); liquet numerum inventum indicare, quoties diviſor in millenariis, centenariis, decadibus & unitatibus, hoc eſt, in numero propoſito (§. 30.) contineatur. Eſt igitur quotus quæſitus & numerus propoſitus per alterum diviſus (§. 17.) Q. E. D.

CASUS II. Si Diviſor ex notis pluribus conſtet,

1. Siniſtima ejus nota ſcribatur ſub nota ſiniſtima dividendi & reliquæ dexteriores ſub proxime ſequentibus verſus dextram, fiatque ut ante poſt numerum lunula, ne quotus cum numero dividendo confundatur.
2. Ope Abaci *Pythagorici* inveſtigetur, quoties

quoties prima diviſoris nota in prima dividendi contineatur (§. 47).

3. Numerus inventus ducatur in diviſorem integrum & diſpiciatur, utrum factum ex numeris ſupraſcriptis ſubtrahi poſſit, nec ne.

4. Si Subtractio fieri queat, ſcribatur is loco quoti poſt lunulam & ſubtractio actu peragatur. Numeri, ex quibus ſubtractio fit, lineola tranſverſa deleantur, & qui reſidui fuerint, ſupraſcribantur. Quodſi vero ſubtractio non ſuccedat, loco quoti ſumatur numerus unitate vel aliquot unitatibus minor, donec factum ex eo in diviſorem ex iis auferri queat.

5. Diviſor loco uno verſus dextram promoveatur & reliqua ut ante peragantur; donec diviſor ulterius promoveri nequeat: Sic factum eſt, quod petebatur.

6. Si noſſe deſideras, utrum diviſio legitime ſit peracta nec ne, quotus ducatur in diviſorem & facto addatur, ſi quod à diviſione fuerit reſiduum; hac ratione emergit dividendus.

E. gr.

Digitized by Google

E. gr. ſit numerus 7856. dividendus per 32. Scribe 32 ſub 78 & dic: 3 in 7 continentur bis. Duc 2 in 32, prodeunt 64. Quia hoc factum ex 78 ſubtrahi poteſt, 2 ſcribe poſt lunulam loco quoti &, ſubtractione peracta reſiduoque 14 ſupraſcripto ſupra 78, diviſorem loco uno promove & dic: 3 in 14 continentur quater. Duc 4 in 32 emergunt 128. Quia hoc factum ex 145 auferri poteſt: repone 4 in loco quoti poſt lunulam & ſubtractione peracta reſiduoque 17 ſupraſcripto ſupra numeros deletos, diviſorem denuo loco uno promove & dic: 3 in 17 continentur quinquies. Duc 32 in 5. Quoniam factum 160 ex 176 ſubtrahi poteſt: junge 5 quoto invento & facta ſubtractione reſiduum 16 ſupraſcribe ſupra numeros deletos. Numerus inventus 245 erit quotus quæſitus.

```
 2 1
 147
7856 ( 245
3222
  33
```

Examen:

```
  245
   32
 ----
  490
 735
 ----
 7840
   16
 ----
 7856
```

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Eadem fere eſt demonſtratio, quæ in caſu primo, hoc unice notato, quod, cum ex Abaco *Pythagorico* conſtare nequit, quoties diviſor integer in notis dividendi ſupraſcriptis contineatur, interea ſupponatur toties illum in his contineri, quoties ſiniſtima diviſoris nota continetur in ſiniſtima aut duabus ſiniſtimis dividendi notis. Licet enim hæc ſuppoſitio ſubinde fallat, in errorem tamen inducere nequit, quia examen mox inſtituitur, cum factum ex diviſore in quotum juxta eam inventum cum dividendo comparatur, & pſeudoquotus unitate tamdiu minuitur, donec in verum abeat. Examen indicatum ex Definitionibus Multiplicationis [§. 15.] & Diviſionis [§. 17.] manifeſtum eſt.

DEFINITIO VII.

52. Si duo numeri [4 & 12] ita inter ſe comparantur, ut eorum differentia [8] per ſubtractionem inveſtigetur,

tur, relatio eorum, quam ad ſe invicem habent, *Ratio Arithmetica* vocatur: Quodſi vero reſpiciatur ad quotum (3) per diviſionem inventum, *Ratio Geometrica* vel ſimpliciter *Ratio. Quotus*, qui indicat quoties numerus minor in majore contineatur *Nomen* ſive *Exponens Rationis* dicitur.

DEFINITIO VIII.

53. Si in duabus vel pluribus Rationibus Arithmeticis (3. 5 & 6. 8.) differentia membrorum; in Geometricis (3. 12. & 5. 20.). Exponens Rationis idem fuerit, *Similes* dicuntur & earum ſimilitudo *Proportio*. Rationes ſimiles etiam *Rationes æquales* vocantur.

SCHOLION.

54. *Numeri, qui ſunt in Proportione Arithmetica ſcribuntur ita* 3. 5 ˙.˙ 6. 8, *vel melius, meo more* 3 — 5 ═ 6 — 8, *qui in Geometrica juxta ſe invicem collocantur, ita* 3.12 : : 5.20, *vel melius cum* Dn. LEIBNITIO 3 : 12 ═ 5 : 20. *Utraque ſic effertur:* Ut numerus primus ſe habet vel eſt ad ſecundum ita tertius ad quartum. *Hic loquendi modus in caſu primo hunc habet ſenſum: Quantum numerus primus major vel minor*

minor eſt ſecundo, tantum tertius numerus major vel minor eſt quarto. In caſu vero altero is ſic explicandus. Quoties numerus primus continet ſecundum vel in illo continetur; toties tertius continet quartum vel in illo continetur.

DEFINITIO IX.

55. Interdum membrum ſecundum vicem ſuſtinet tertii, & tunc *Proportio* dicitur *continua.* Si ea fuerit Arithmetica ſic ſcribitur: ∹ 3. 6. 9, vel etiam 3 — 6 = 6 — 9, ſi fuerit Geometrica ſic ∺ 3. 6. 12, vel etiam 3 : 6 = 6 : 12.

DEFINITIO X.

56. Series numerorum in Arithmetica vel etiam in Geometrica Ratione progredientium, *Progreſſio* vocatur. Ita in caſu primo 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: in altero 3. 6. 12. 24. 48. 96. Et quidem prima *Arithmetica*; ſecunda vero *Geometrica Progreſſio* dicitur.

AXIOMA IX.

57. *Rationes duæ eidem tertiæ æquales ſunt etiam æquales inter ſe.*

E. gr.

E. gr. 1 : 4 = 3 : 12 & 1 : 4 = 5 : 20. *Ergo* erit quoque 3 : 12 = 5 : 20.

THEOREMA I.

58. *Si duos numeros* (3 *&* 6) *per eundem numerum* (4) *multiplices; facta* (12 & 24) *ſunt inter ſe ut numeri* (3 & 6), *qui multiplicantur.*

DEMONSTRATIO.

Si enim numerum aliquem (4) per duos alios (3 & 6) multiplicem, is in facto ſecundo toties ſæpius continetur quam in primo, quoties numerus primus (3) in ſecundo (6) continetur (§. 15.). Ita quia in noſtro exemplo 6 duplum ipſius 3; ſumo quoque ipſum 4 duplo majus, ſi per 6, quam ſi per 3 multiplicem, ſiquidem triplum bis ſumtum ſextuplum adæquat. Scilicet in caſu primo ſumo 4 ter; in altero bis ter. Patet igitur, quod factum primum (12) in ſecundo (24) toties contineatur, quoties primus multiplicatorum numerus (3) in ſecundo (6), in univerſo nempe exemplo bis Q. E. D.

Digitized by Google

COROLLARIUM.

59. Si duos numeros per eundem tertium dividas, quoti ſunt inter ſe ut numeri, qui dividuntur: etenim conſiderari poſſunt ut orti ex multiplicatione quotorum per diviſorem (§. 15. 17).

DEFINITIO XI.

60. *Fractio* vocatur, ſi integrum in partes æquales exacte dividatur & ſumantur una vel aliquot earum.

HYPOTHESIS IV.

61. *Ea duobus numeris deſignatur ſupra ſe invicem poſitis, cum lineola interjecta quorum inferior indicat, in quot partes æquales integrum ſit diviſum; ſuperior vero, quot earum partium ſint ſumendæ. Ille* Denominator; *hic* Numerator *dicitur.*

E. gr. Thalerus in 3 partes æquales dividi oportet, ut 2 earum obtineam, ſcribo fractionem hoc modo: $\frac{2}{3}$.

COROLLARIUM I.

62. Hinc magnitudo fractionis æſtimatur ex ratione numeratoris ad denominatorem. Nam

Nam ſi ille in hoc pluries continetur, fractio erit minor, ut $\frac{3}{47}$, major, ſi paucies ut $\frac{2}{5}$. Sed ſi numerator unius toties contineatur in denominatore ſuo, quoties numerator alterius in ſuo continetur, fractiones æquales ſunt, ut $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{50}$. Et hinc ſi numerator major denominatore, fractio integro major eſt, ut $\frac{35}{24}$. Nam $\frac{24}{24}$ eſt integrum & habeo inſuper $\frac{11}{24}$.

COROLLARIUM II.

63. Si igitur numerator & denominator fractionis alicujus ($\frac{4}{6}$) per eundem numerum (2) multiplicentur aut dividantur; fractiones emergentes ($\frac{8}{12}$ & $\frac{2}{3}$ datæ ($\frac{4}{6}$) æquales ſunt (§. 58. 59.)

PROBLEMA VII.

64. *Fractionem tollere*, hoc eſt, *invenire fractionem datæ* ($\frac{20}{48}$) *æquivalentem*, *ſed minoribus numeris expreſſam.*

RESOLUTIO.

Dividatur tam denominator (48) quam numerator (20) fractionis datæ ($\frac{20}{48}$) per eundem numerum (4): quoti (12 & 5) componunt (§. 63) fractionem novam ($\frac{5}{12}$).

Digitized by Google

PROBLEMA VIII.

65. *Fractiones diverſas ad eandem denominationem reducere*, hoc eſt, *loco fractionum quarundam, quæ diverſos habent denominatores alias invenire, quæ communi denominatore gaudent & datis æquales ſunt.*

RESOLUTIO.

1. Si 2 fractiones dentur, quælibet integra multiplicetur per denominatorem alterius.
2. Si plures dentur, tam numerator, quam denominator uniuſcujuſque ducatur in factum ex denominatoribus reliquarum (§. 63).

Exemplum.

$$5)\,\tfrac{2}{3},\quad 3)\,\tfrac{4}{5} = \tfrac{10}{15},\ \tfrac{12}{15}$$

$$24)\,\tfrac{2}{3},\quad 12)\,\tfrac{1}{6},\quad 18)\,\tfrac{3}{4} = \tfrac{48}{72},\ \tfrac{12}{72},\ \tfrac{54}{72}.$$

PROBLEMA IX.

66. *Fractiones addere.*

RESO-

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

Cum denominatores ſint nomina (§. 61); numeratores tantum adduntur. Quoniam vero tantum numeri ejuſdem ſpeciei componi poſſunt (§. 4); fractiones ad eandem denominationem prius ſunt reducendæ (§ 65), ſi diverſos habent denominatores.

Exemplum

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ (§. 62).

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72}$
$= 1\frac{7}{12}$ (§. 62. 64).

PROBLEMA X.

67. *Fractionem datam ex alia data ſubtrahere.*

RESOLUTIO.

1. Si fractiones datæ diverſos habent denominatores, reducantur ad eandem denominationem (§. 65).
2. Numerator unius ex numeratore alterius ſubducatur & reſiduo denominator communis ſubſcribatur.

 E. gr.

Digitized by Google

E. gr. $\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}$.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum demonſtratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA XI.

68. *Fractionem per fractionem multiplicare.*

RESOLUTIO.

Numeratores per ſe invicem multiplicentur, & denominatores; facta conſtituunt fractionem quæſitam.

E. gr. $\frac{2}{3}\,\frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ & $\frac{4}{5}$. $\frac{3}{7} = \frac{12}{35}$.

DEMONSTRATIO.

Si fractio per fractionem multiplicanda, invenienda eſt pars ejus (§. 15. 60). E. gr. $\frac{4}{5}$ per $\frac{3}{7}$ multiplicare idem eſt ac $\frac{4}{5}$ in 7 partes dividere & 3 earum partium auferre (§. 61), hoc eſt $\frac{4}{5}$ per 7 dividere & quotum per 3 multiplicare. Quoniam vero denominator tantum nomen (§. *cit.*); numerator fractionis multiplican-

Digitized by Google

candæ per denominatorem alterius proprie dividendus eſt, ita numerator 4 fractionis $\frac{4}{5}$ per denominatorem 7 fractionis $\frac{3}{7}$. Ut vero dividi queat, fractio multiplicanda in aliam mutanda eſt: quod fit, ſi per denominatorem multiplicatoris 7 multiplicetur (§. 63), ut $\frac{28}{35}$ loco $\frac{4}{5}$ obtineantur. Cujus pars ſeptima eſt $\frac{4}{35}$. Quodſi hæc fractio ter ſumatur: proveniunt $\frac{12}{35}$. Jam cum inanis eſſet labor, ſi numerator 4 primo per denominatorem 7 multiplicaretur & poſtea factum per eundem rurſus divideretur; multiplicatur ſimpliciter denominator 5 per 7 & numerator 4 per 3. Q. E. D.

SCHOLION I.

69. *Unde non mirum, quod factum factoribus minus, cum revera diviſio ſit, quæ multiplicatio vocatur. Si enim multiplicem e. gr. per $\frac{1}{2}$, ſumo multiplicandum duplo minus & ſic revera in duas partes dividitur & unam earum obtineo.*

SCHOLION II.

70. *Vix autem opus eſt, ut annotemus, ſi fractio per numerum integrum multiplicanda, ducen-*

dum eſſe ſolum numeratorem in integrum numerum datum, quia denominator tantum nomen (§. 61). E. gr. factum ex $\frac{3}{7}$ in 2 eſt $\frac{6}{7}$. Eodem quoque modo egimus in demonſtratione.

PROBLEMA XII.

71. *Fractionem ($\frac{4}{5}$) per aliam fractionem ($\frac{2}{3}$) dividere.*

RESOLUTIO.

1. Fractio, per quam diviſio fieri debet, invertatur, e. gr. loco $\frac{2}{3}$ ſcribatur $\frac{3}{2}$.
2. Quo facto multiplicetur ut in Problemate antecedente (§. 68); ita prodit quotus $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$ (§. 62) $= 1\frac{1}{5}$ (§. 64).

DEMONSTRATIO.

Si fractio una per alteram dividitur, quæritur, quoties una in altera contineatur (§. 17). Quodſi fractiones ad eandem denominationem reducantur, earum una toties continetur in altera, quoties numerator unius in numeratore alterius, quia in hac comparatione denominator com-

communis utpote commune nomen rerum, quæ numerantur, in conſiderationem minime venit (§. 61). Enimvero dum fractiones duæ ad eandem denominationem reducuntur, numerator primæ enaſcitur ex numeratore ipſius dato in denominatorem ſecundæ; numerator vero ſecundæ ex ipſius numeratore dato in denominatorem primæ ducto (§. 65). Obtinemus adeo numeros per ſe invicem dividendos, ſi diviſor inverſus in fractionem dividendam ducatur. Q. E. D.

DEFINITIO XII.

72. Si numerus quicunque (2) in ſe ipſum ducatur; factum (4) *Numerus quadratus*; ipſe autem hujus intuitu *Radix quadrata* appellatur.

DEFINITIO XIII.

73. Si numerus quadratus (4) porro per radicem (2) multiplicetur: factum novum (8 *Numerus cubicus*, & radix (2) ejus intuitu *Radix cubica* dicitur.

Digitized by Google

DEFINITIO XIV.

74. Ex numero dato *radicem quadratam extrahere* idem eſt ac invenire numerum, qui in ſe ipſum ductus numerum datum producit.

DEFINITIO XV.

75. E contra ex numero dato *radicem cubicam extrahere*, ſignificat invenire numerum, qui in ſuum quadratum ductus numerum datum producit.

SCHOLION.

76. *Radices quadratas ac cubicas extracturus omnium digitorum numeros quadratos & cubicos noſſe debet, quos ſequens Tabula exhibet.*

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubici	1	8	27	64	125	216	343	512	729

PROBLEMA XIII.

77. *Ex numero quocunque dato radicem quadratam extrahere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Numerus propoſitus diſtinguatur in claſſes, binas notas claſſi unicuique aſſignando, initio à dextra facto: tot enim erunt partes radicis, quot claſſes habentur. In claſſe ſiniſtima interdum nonniſi nota unica relinquitur.

2. In *Tabula radicum* (§. 76) quæratur numerus quadratus ad eum, qui claſſem ſiniſtimam occupat proxime accedens & ex ipſo ſubtrahatur: radix vero ejus in loco quoti ſcribatur.

3. Quoti inventi duplum ponatur ſub nota ſiniſtima claſſis ſubſequentis & inde porro ſiniſtrorſum, ſi ex notis pluribus conſtiterit: dividatur more ſolito & quotus in loco convenienti ſcribatur: ita habetur pars ſecunda radicis.

4. Idem quotus ponatur quoque ſub nota dextima illius claſſis & factum ex numero ſubſcripto integro in quotum modo inventum a numero quadrato ſuperiore ſubducatur.

5. Quod-

5. Quodſi operatio juxta regulam tertiam & quartam in reliquis claſſibus iteretur; prodibit radix quæſita.

6. Si radix ducatur in ſe ipſam, prodibit numerus datus quadratus. Et hoc eſt examen, ex quo patet, utrum operatio rite ſit peracta nec ne (§. 74).

1 | 79 | 56 (134	*Examen*: 134
1 /: : : :	134
79 : :	536
~~23~~ : :	402
69 : :	134
10 | 56	17956
~~2~~ | ~~64~~	
10 56	
0	

SCHOLION.

78. *Si numerus propoſitus non eſt verus quadratus, haberi poſſunt* 10 *particulæ*, 100 *particulæ &c. ſi* 2, 3 *&c. cyphræ dextrorſum adjungantur & operatio continuetur. Si enim unitas in numero quadrato in* 100 *partes æquales dividatur (quod fit ducendo eam in* 100); *radix in decem partes dividitur* (§. 72). *E. gr. ſi fuerit extrahenda radix quadrata ex* 345, *operatio ſic procedit.* 3

```
3|45          (18 57/100
1| : :
─────────────
2|45
  28
2 24
───────────
   21.|0.0
    3   65
   18   25
─────────────
    2  7.5.|0.0
         37   07
    2    59   49
───────────────
         15   51
```

Extractionem radicis quadratæ examinaturus numerum inventum ducat in ſe ipſum & facto reſiduum addat: Quodſi numerus propoſitus cum tot cyphris, quot adjunctæ fuerunt, prodeat; operatio rite peracta (§. 74). *E. gr.*

```
      1857
      1857
   ───────
     12999
     9285
   14856
   1857
   ───────
   3448449
      1551
   ───────
   3450000
```

PRO-

PROBLEMA XIV.

79. *Ex numero dato radicem cubicam extrahere.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datus diſtinguatur in claſſes, tres notas unicuique aſſignando; initio a dextris facto. Etenim ex tot notis radix componitur, quot claſſes emérgunt.

2. In Tabula radicum (§. 76.) quæratur numerus cubicus ad eum, qui in claſſe ſiniſtima continetur maxime adpropinquans atque ab hoc ſubtrahatur: ejus vero radix in loco quoti ſcribatur. Ita habetur pars prima radicis.

3. Quoti inventi quadratum triplum ſcribatur loco diviſoris ſub nota ſiniſtima claſſis ſubſequentis & inde porro ſiniſtrorſum, ſi ex pluribus notis conſtiterit, & dividatur more conſueto: prodibit pars ſecunda radicis.

4. Diviſor ducatur in novum quotum & productum ſub eo ſcribatur; ſub nota vero

Digitized by Google

vero media claſſis ejuſdem terminetur factum ex triplo quadrato novi quoti in antecedentem; ſub dextima denique cubus novi quoti. Hæc tria facta in unam ſummam collecta ex notis numeri cubici ſupraſcriptis ſubtrahantur.

5. Quodſi operatio per reliquas claſſes juxta regulam tertiam & quartam continuetur; prodibit radix quæſita.

	47 | 437 | 928 (362
	27 | : : : : : :
	20 | 437 : : :
Diviſor	(27) : : : : :
Fact. ex Div. in N. Q.	16 2 : : : : :
—— ex tr. □ N. Q. in P.	3 24 : : : :
Cubus novi Quoti	216 : : :
Summa Factorum	19 656 : : :
	781 | 9.28
Diviſor	(388 8) : :
Fact. ex Div. in N. Q.	777 6 : :
—— ex tr. □ N. Q. in P.	4 32 :
Cubus novi Quoti	8
Summa Factorum	781 928
	000 000

SCHO-

SCHOLION.

80. *Quodſi unitas in numero cubico in* 1000 *partes æquales dividatur (quod ſit ducendo eam in* 1000) ; *radix in decem partes dividitur* (§. 73). *Hinc ſi numerus aliquis datus non eſt verus cubus , adjungantur dextrorſum* 3 *cyphræ pro decem particulis, adhuc tres pro centum particulis &c. & operatio juxta regulam ordinariam continuetur. E. gr. Si fuerit extrahenda radix cubica ex* 3.

```
3 000 000 ( 1 44/100
1 : : :
———————
2. 000
( 3 ): :
1 2 : :
  48 :
   64
———————————
1 744
——————————————
    256. 0.0. 0
    (58 8): :
   235 2 : :
      6 7 2 :
          6 4
——————————————
  2 4 1 9 8 4
——————————————
  1 4 0 1 6
```

Extrac-

Extractionem radicis cubicæ examinaturus numerum inventum ducat in ſe ipſum & factum denuo in eundem. Producto poſteriori addat, ſi quod fuerit, reſiduum. Quodſi numerus propoſitus cum tot cyphris, quot annexæ fuerunt, prodeat, operatio legitime peracta (§. 75).

```
Examen:    144 Radix.
           144
           ---
           576
          576
         144
      -------
         20736 Numerus Quadratus.
           144
      --------
         82944
        82944
       20736
     --------
       2985984
         14016
     ---------
       3000000 Numerus Cubicus.
```

THEOREMA II.

81. *In proportione Geometrica factum ex membro primo in quartum æquatur facto ex ſecundo in tertium.*

$$\begin{array}{ccc} 3.\ 6 & :: & 4.\ 8 \\ 4 & & 3 \\ \hline 24 & = & 24 \end{array}$$

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo, quartum verò tertio in exponentem rationis ducto (§. 53). Si igitur membrum primum ducatur in quartum, factum enaſcitur ex primo & tertio membro atque exponente rationis. Si membrum ſecundum ducatur in tertium, factum ſimiliter ex primo & tertio membro atque exponente rationis enaſcitur. Conſequenter facta ſunt inter ſe æqualia (§. 26.). Q. E. D.

COROLLARIUM

82. Quamobrem ſi tres numeri fuerint proportionales, ita ut medius duobus fungatur locis (§. 55); factum extremorum æquatur medii quadrato (§. 72).

THEOREMA III.

83. *Si quatuor numeri vel quantitates proportionales fuerint, erit quoque* permutando *ut prima ad tertiam ita ſecunda ad quartam.*

DEMONSTRATIO.

Membrum ſecundum prodit primo in exponentem rationis ducto; quartum vero

ro tertio in eundem exponentem ducto (§. 53). Eſt ergo membrum ſecundum ad quartum ut primum ad tertium (§. 58). Q. E. D.

PROBLEMA XV.

84. *Inter duos numeros (8 & 72) medium Geometrice proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Datorum unus (72) multiplicetur per alterum (8).
2. Ex facto (576) extrahatur radix quadrata (24) (§. 77); qui erit numerus quæſitus (§. 82).

PROBLEMA XVI.

85. *Datis tribus numeris (3, 12, 5) quartum; aut duobus, tertium Geometrice proportionalem invenire.*

RESOLUTIO.

1. Secundus (12) ducatur in tertium (5), aut in altero caſu ſecundus in ſe ipſum.

Digitized by Google

2. Factum (60) dividatur per primum (3). Quotus (20) eſt quartus (§. 31), in altero caſu tertius quæſitus (§. 82).

SCHOLION I.

86. *Reſolutio hujus Problematis vulgo* Regula trium *appellatur, quia ex tribus numeris invenitur quartus. Uſus ejus ampliſſimus tam in vita communi, quam in Scientiis. Facile autem apparet, hac regula nullibi eſſe utendum, niſi ubi de numerorum datorum proportione conſtiterit.* E. gr. *Sit vas ingens aqua repletum per exiguum in fundo foramen effluxura, ſi aperiatur. Ponamus, intra 2 minuta prima effluere 3 congios. Inveniri debet, quanto tempore 200 congii effluant. Tres in hoc caſu dantur numeri, quartus inveniendus. Enimvero notum eſt, aquam ſub initium celerius, poſtea tardius effluere, conſequenter quantitatem aquæ effluentis non eſſe tempori proportionalem. Quamobrem hæc quæſtio per Regulam trium ſolvi nequit.*

SCHOLION II.

87. *Quæ in commercium veniunt, pretiis ſuis proportionalia ſunt. Qui enim duplum mercis accipit, duplum: qui triplum accipit, triplum pretium ſolvit. Dato igitur pretio quantitatis cujuſdam determinatæ mercis, per Regulam trium invenitur pretium quantitatis cujuſcunque alterius datæ, aut quantitas mercis dato cuicunque alteri pretio reſpon-*

reſpondens. E. gr. *pretium 3 librarum ſunt 4 thaleri, quantum eſt pretium 17 librarum? Hic manifeſtum eſt, toties 3 ℔ in 17 ℔ contineri debere, quoties 4 thaleri utpote pretium 3 librarum continentur in pretio 17 librarum, quod quæritur & juxta Regulam trium ita invenitur.*

3 ℔ — 17 ℔ — 4 Th.

4   2

———   68 (22 $\frac{2}{3}$ th.

68   33

Item; 3 libræ veneunt 4 th. quot 22 $\frac{2}{3}$ thaleris? Hic iterum manifeſtum, toties pretium 3 librarum ſcilicet 4 th. in pretio librarum quæſitarum ſcilicet 22 $\frac{2}{3}$ th. contineri debere, quoties 3 libræ continentur in libris quæſitis; harum numerus per Regulam trium ita innoteſcit:

4 Th. — 22 $\frac{2}{3}$ Th. — 3 ℔

3

———

68   2

68 (17 ℔

44

Hinc ſimul patet, quomodo Regula trium examinetur, hoc eſt, inveniatur, utrum operatio per eam rite peracta, nec ne.

SCHOLION III.

88. *Similiter merces operariorum eſt tempori proportionalis, quo labore defunguntur; etiam*

 quanti-

quantitas laboris eidem tempori proportionalis, ſi æqualibus articulis æqualia penſa abſolvuntur; eadem numero operariorum proportionalis, ſi penſa æqualia ſinguli abſolvunt &c. E. gr. Intra 1 *horam* 6 *libri folia perleguntur : Quanto horarum ſpatio* 360 *perlegi poterunt? Numerus deſideratus invenitur juxta Regulam trium ita :*

6 F. — 360 F. — 1 H.

$$\frac{1}{\frac{360}{66}}$$ (60 Horæ.

SCHOLION IV.

89. *Si numeri dati fuerint diverſæ ſpeciei, non eandem proportionem habent, quam res ipſis reſpondentes: ad eandem igitur ſpeciem reducendi priuſquam Regula trium uti licet. Ita Thaleri in Groſſos, Groſſi in Nummos, Libræ in Semiuncias, Horæ in Minuta &c. convertuntur. E. gr.* 3 *Libræ &* 4 *Semiunciæ veneunt* 2 *Thaleris &* 4 *Groſſis, quanti Libræ* 2 ? *Calculus talis eſt :*

3 ℔ 4 S — 2 ℔ — 2 Th. 4 gr.

32	32	24
100 S. —	64 S. —	52 gr.

64
52
———
128
320
———
3328

3328 (33 $\frac{28}{100}$ gr.
1100 (ſeu 33 $\frac{7}{25}$ gr.

SCHO-

SCHOLION V.

90. *Sæpiſſime accidit, ut fractiones reſiduæ aliam totius, quam quæ uſu recepta, exigant diviſionem. Ita in exemplo præcedente Groſſus in* 25 *partes dividendus; nos vero dividimus eum in* 12. *Quamobrem fractio alia eſt invenienda, quæ datæ* $\frac{7}{25}$ *æquivalet & pro numeratore habet* 12. *Jam cum numerator fractionis quæſitus in* 12 *toties contineri debet, quoties numerator datus* 7 *in ſuo denominatore* 25 (§. 62); *hæc quoque tranſmutatio per Regulam trium abſolvi poteſt modo, qui ſequitur* (§. 85).

25 — 7 — 12
.7
———
84

29
84 (3 $\frac{9}{25}$ num.
25

Quoniam nummus ulterius non dividitur, fractio $\frac{9}{25}$, *quæ paulo major quam* $\frac{1}{3}$ *unius nummi, negligitur: alias poterat quoque valor ipſius ſimiliter per Regulam trium inveniri.*

SCHOLION VI.

91. *In Scriptis Arithmeticorum* Regula trium inverſa *occurrit, ſed ea opus non eſt, ſi numeri, prout proportio exigit, ordinentur. E. gr.* 125 *milites operi exſtruendo* 6 *menſes impendunt: quantus requiritur militum numerus, ut intra* 2 *abſolvatur? Evidens eſt, quod* 2 *menſes in* 6 *menſibus toties contineantur, quoties numerus militum, qui*

opus intra 6 menſes abſolvunt, continetur in numero militum, qui intra 2 idem exſtruunt. Quo minore enim temporis intervallo exſtruitur, eo major militum numerus requiritur. En calculi typum:

2 Menſ. — 6 Menſ. — 125 Mil.
6

750 (375 Mil.   750

SCHOLION VII.

92. *Interdum gemina Regulæ trium applicatione opus eſt, antequam numerus quæſitus innoteſcat: Ea vulgo pro peculiari Regula venditatur & ab aliis* Regula de quinque, *ab aliis* Regula Compoſita *appellatur.* E.gr. 300. *th. dant intra 2 annos uſuram 36 thalerorum, quantam dabunt* 20000 *th. intra* 12 *annos? Hic per Regulam trium primum invenitur; quanta ſit uſura a 20000 expectanda intra 2 annos. Dein per eandem inveſtigatur, quanta eadem intra 12 annos exiſtat, modo ſequenti.*

300 Th. — 20000 Th. — 36 Uſ.
36

720000

720000 (2400 th.
333300

2 A. — 12 A. — 2400 Uſ.
12

4800
24

28800

~~28800~~ ~~22222~~ (14400 th.

SCHOLION VIII.

93. *Exemplis iſtiuſmodi Regula trium ſemel applicata ſatisfacere poteſt. Cum enim bis* 300 *th. eandem dent uſuram intra* 1 *annum, quam* 300 *intra* 2 *& duodecies* 20000 *tantam intra* 1 *annum, quantam* 20000 *intra* 12; *omiſſis temporis circumſtantiis, ita inferatur: bis* 300, *id eſt* 600 *th. dant uſuram (intra annum ſcilicet)* 36, *quantam dabunt duodecies* 20000, *id eſt* 240000 *th. (itidem intra annum?)*

300 Th. 2 A. — 20000 Th. 12 A. — 36 Uſ.
2 | 12
600 | 240000
36

~~864~~0000 (14400 th.
1440000~~6666~~00
72

8640000

Poſterior hæc methodus priori præfertur; quod in illa ad fractionum tædia ſæpe prolabimur.

SCHOLION IX.

94. *Dantur & alia exempla, in quibus iterata Regulæ trium applicatione ſuperſedere non licet. Ita, ſi commune Sociorum lucrum vel damnum inter eos diſtribuendum, totis applicatur, quot ſunt Socii. Quia enim is, qui duplum confert, duplum lucratur & amittit &c. erit ut ſumma collatorum ad collatum quodlibet partiale ita lucrum vel damnum commune ad lucrum vel damnum partiale ipſi reſpondens.* E. gr. *Lucrum commune trium perſonarum eſt* 2000 *th. Collatum Primi* 1000 *th. Secundi* 500 *th. Tertii* 300 *th. inveniri debent lucra partialia ſingulis convenientia. En typum calculi:*

Collatum primi 1000 Th.
ſecuudi 500 —
tertii 300 —

Summa collatorum 1800

1800 Th. — 1000 Th. — 2000 Th.
2 000

111 2000000
11112
2000000 (1111 $\frac{2}{18}$ th. Lucrum primi.
1888800
111

1800 Th. — 500 Th. — 2000 Th.
2 000

111 1000000
555
1000000 (555 $\frac{10}{18}$ th. Lucrum ſecundi.
188800
11

1800

1800 Th. — 300 Th. — 2000 Th.
2 000
600000

33
3666
600000 (333 $\frac{6}{18}$ th. Lucrum tertii.
188800
11

Examen.

1111 $\frac{2}{18}$ Lucrum primi.
555 $\frac{10}{18}$ ſecundi.
333 $\frac{6}{18}$ tertii.

2000 th. Lucrum commune.

SCHOLION X.

95. *Non deſunt alia exempla, quæ calculum eundem requirunt, ut cum non ſolum in Medicina, ſed etiam in aliis Artibus & Scientiis ex data ratione, quam pondera miſcibilium inter ſe habent, inveniuntur pondera miſcibilium requiſita, ut mixtum integrum ſit ponderis dati.* E. gr. *Tria ſimplicia compoſitionem alicujus medicamenti ingrediuntur, doſis unius eſt* 4, *alterius* 5, *tertii* 2 *unciarum: inveniri debent doſes ſingulorum requiſitæ, ut pondus compoſiti ſit* 8 *librarum. En calculi typum:*

Pondus

Pondus { primi / ſecundi / tertii } ſimplicis 4 / 5 / 2 Unc.

Summa 11 Unc.

11 Unc. — 8 ℔ — 4 Unc.
16

128 Unc.   1
4   176

512   512 (46 $\frac{6}{11}$ Unc. Pond. ſimp. primi.
111
1

11 Unc. — 128 Unc. — 5 Unc.
5   1
  192
640   640 (58 $\frac{2}{11}$ Unc. Pond. ſimp. ſecund.
111
1

11 Unc. — 128 Unc. — 2 Unc.
2   33
  256 (23 $\frac{3}{11}$ Unc. Pond. ſimp. tertii.
256   111
1

E X A M E N.

Pondus ſimplicis primi 46 $\frac{6}{11}$ Unc.
ſecundi 58 $\frac{2}{11}$
tertii 23 $\frac{3}{11}$

Pondus mixti 128 Unc. = 8 ℔

SCHO-

SHOLION XI.

96. *Subinde compendiis locus datur, quæ* Practicæ Italicæ *nomen ferunt. Ex iis utiliſſima commemoramus. Nimirum quoniam per Regulam trium ad tres numeros datos invenitur quartus proportionalis* (§. 85), *ſi autem duo numeri per eundem numerum dividantur, quoti emergentes rationem cum illis habent communem* (§. 59); *quare primus & ſecundus vel etiam* (§. 83) *primus & tertius per eundem, ſi fieri poteſt, numerum exacte dividantur & quoti in ipſorum loca ſurrogentur: ceu ex ſubſequente apparet exemplo.*

3 ℔ *conſtant* 9 Thal. *quantum* 7 ℔?
3) 1 3 3

Fac. 21 thal.

14 ℔ *conſtant* 26 Thal. *quantum* 7 ℔?
7) 2 2) 1
Fac. 13 thal.

SCHOLION XII.

97. *Si numerus primus vel tertius fuerit* 1 & *alter eorum non nimis magnus, medius autem ex numeris diverſæ ſpeciei componatur, abſque reductione in Schol.* 4 (§. 89) *præſcripta calculus initur; ut ſequens exemplum docet.*

Pretium 1 ℔ *eſt* 3 th. 8 gr. 6 num. *quant.* 5 ℔
5

Fac. 16 th. 18 gr. 6 num.

Manifeſtum ſcilicet eſt, bis 6 *nummos conficere groſſum unum, adeoque quinquies* 6 *num.*, 2 *gr.* 6 *num.*

6 num. Similiter ter 8 groſſi thalerum unum & inſuper bis 8 groſſi efficiunt 16 gr. Quodſi ergo thalerus iſte reliquis 15 th. & 2 priores gr. reliquis 16 gr. addantur: prodibit pretium quæſitum 16 th. 18 gr. 6 num.

SCHOLION XIII.

98. *Si duo numeri ejuſdem denominationis unitate differant, ſingulari quodam compendio utimur, quod ex ſubjunctis exemplis manifeſtum.* E. gr. *Pretium 5 librarum eſt 30 thalerorum, quantum erit 4 ℔?* R. *Quoniam pretium 4 ℔ una parte quinta deficere debet à pretio 5 ℔; pretium datum 30 dividatur per 5 & quotus 6 ab eodem ſubtrahatur, relinquitur quæſitum 24. Item: pretium 8 ℔ eſt 24 th., quantum erit ℔ 9?* R. *Quia pretium 9 ℔ una parte octava excedit pretium 8 ℔, pretium datum 24 dividatur per 8 & quotus 3 eidem addatur, ſumma 27 erit quæſitum.*

SCHOLION XIV.

99. *Nonnunquam compendiis pluribus una uti datur.* E. gr.

Pret. 100 ℔ *eſt* 30 Th. 4 gr. *quant.* 50 ℔?
50) 2 2) ———— 1
Fac 15 th. 2 gr.

Item *Pret.* 60 ℔ *eſt* 80 Th. *quant.* 2520 ℔
60) 1 6 42
480 6
7 Fac. 7
3360 thal.

FINIS ARITHMETICÆ.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA GEOMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. GEOMETRIA eſt Scientia ſpatii, juxta longitudinem, latitudinem, & profunditatem, à Corporibus occupati.

DEFINITIO II.

2. *Longitudo* abſque latitudine, & profunditate conſiderata, *Linea* dicitur; ejus vero initium & finis *Punctum*, quod proinde tanquam partibus vacans concipiendum eſt, alioquin foret Linea, rur-

ſuſque initium & finem haberet. Quando Punctum à termino ad terminum moveri cogitatur, Linea deſcribitur.

SCHOLION.

3. *Neque ſine ratione Punctum, ut indiviſibile concipiunt Geometræ, ut ut nec imaginatio, nec inſtrumentorum ope manus noſtræ, indiviſibile punctum formare queant. Ne* ſc. *extremitas lineæ fieret ejus pars; quod in Praxi Geometrica ſtudioſe vitandum.*

DEFINITIO III.

4, *Similitudo* eſt identitas eorum, per quæ res à ſe invicem diſcerni debent.

SCHOLION.

5 *Ponamus te habere duas res,* A *&* B, *prorſus ſimiles, teque ſigillatim contemplari utramque. Diligenter animum advertis ad ſingula, quæ in re* A *obſervari poſſunt, & obſervata chartæ inſcribis: pari diligentia, ſingula notas, quæ in re* B *agnoſci poſſunt, jam ſi in utraque Scheda notata contuleris, prorſus eadem eſſe deprehendes. Quantitas tamen excipitur, quia nudis verbis explicari nequit.*

COROL-

COROLLARIUM.

6. Similia igitur a ſe invicem diſtingui nequeunt, niſi vel actu, vel ope cujuſdam tertii ex. gr. menſuræ, in mente conferantur.

DEFINITIO IV.

7. *Linea recta* AB eſt, cujus pars quæcunque eſt toti ſimilis. *Linea Curva* CD eſt, cujus partes toti diſſimiles. TAB. I. *Fig.* 1.

SCHOLION. I.

8. *In charta, linea recta ducitur graphio, penna vel plumbagine, juxta regulam ad puncta data applicatam, in ligno vel ſaxo, filo, creta vel carbone delibuto; in campo vero, deſignatur, per duos in extremitatibus lineæ erectos baculos. Cum duobus baculis, tertius in eadem recta conſtituitur, ſi oculo in unum directo, reliqui non appareant.*

SCHOLION II.

9. *Pro menſura linearum aſſumitur determinata linea vel longitudo, quæ Decempeda*

 vel

vel Pertica appellatur. Dividitur illa ad vitandum calculi tædium in 10 *partes æquales, quæ pedes vocantur. Pes ſubdividitur in* 10 *digitos, digitus in decem lineas. Quoniam vero menſura eſt arbitraria, facile intelligitur quod Pes ubivis gentium non ejuſdem quantitatis ſit.*

SCHOLION III.

10. *Probe etiam notandum, quod non eadem ubivis locorum, perticæ, pedumque diviſio ſit. Menſura Rhenana conſtanter in* 12 *partes dividitur; cum contra geometrica* 10 *tantum partes habeat.*

DEFINITIO V.

11. Linearum curvarum notiſſima hodie & utiliſſima eſt Tab. I. fig. 2. *Circulus.* Generatur circulus, ſi linea recta C A circa punctum fixum C rotatur.

SCHOLION.

12 *In charta circulus peculiari inſtrumento deſcribitur, quod* Circinus *dicitur. In ſolo, & quotieſcunque Circini apertura debita fieri nequit, loco lineæ utimur filo, funiculo, aut pertica: quemadmodum etiam peculiares* Circini Perticales *adhibentur.*

DEFI-

DEFINITIO VI.

13. Punctum C vocatur *Centrum*, quia omnia peripheriæ puncta æqualiter ab eo diſtant (§. 11.); recta C A *Semidiameter* vel *Radius*; recta D E ab uno peripheriæ puncto D ad alterum E per centrum C ducta, *Diameter*; alia quæcunque F G ſimili modo ſed non per centrum ducta, *Chorda* item *ſubtenſa*. Tab. I. Fig. 2.

SCHOLION.

14. *Peripheria cujuslibet Circuli tam magni, quam parvi in 360 partes æquales vel* gradus *dividitur. Quia hic numerus per plures numeros accurate diviſibilis eſt, ut per* 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, *&c. Quivis Gradus in 60 Minuta prima, minutum quodlibet in 60 Secunda ſubdividitur &c. Gradus deſignantur per* (°) *quemadmodum Decempedæ; Minuta per* (′) *quemadmodum pedes &c. E. gr.* 3°. 25′. 17″. *denotat* 3 *Gradus*, 25 *Minuta*, 17 *Secunda*, 3°, 2′. 4″, 3 *Decempedas*, 2 *Pedes*, 4 *Digitos*.

DEFINITIO VII.

15. Si duæ lineæ A B & A C in uno punc- Tab. I. Fig. 3.

punčto A conjunguntur, mutua earum inclinatio *Angulus* vocatur.

SCHOLION.

16. *Hic angulus vel unica littera* A, *vel confuſionis vitandæ gratia, cum aliis angulis, interdum tribus litteris B A C enunciatur, ita ut vertici adſcripta, medio loco ponatur. Ejus vero quantitatem per arcum circuli ex centro A arbitraria Circini apertura deſcriptum metiri ſolemus. Tot ſcilicet graduum & minutorum dicitur eſſe angulus, quot graduum & minutorum eſt arcus* D. E. *Eorum autem numerus inveſtigatur, per ſemicirculos ex orichalco paratos, quorum minores quibus in charta utimur,* Tranſportatores *appellantur.*

DEFINITIO VIII.

Tab. I. Fig. 4. 17. Linea A B alteri C D ita inſiſtens, ut anguli ſint utrobique inter ſe æquales; ad C D *perpendicularis* vel *normalis* dicitur.

DEFINITIO IX.

Tab. I. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. 18. Angulus A B C, quem perpendicularis A B cum linea B C, efficit, dicitur *Angulus rectus*; Angulus quicunque mi-

Digitized by Google

minor E, *Angulus acutus*; & Angulus quicunque major F, *Angulus obtuſus.*

DEFINITIO X.

19. Si angulus A recta B C clauditur, oritur *Triangulum.* Dicitur *Rectangulum*, ſi angulus unus A rectus eſt: *Obtuſangulum*, ſi angulus unus D eſt obtuſus: *Acutangulum*, ſi omnes tres ſunt acuti. Contra, ſi omnia tria latera A B, B C, C A, ſunt æqualia vocatur *Triangulum Æquilaterum*: ſi duo latera A B, & B C æqualia, *Triangulum Æquicrurum* vel *Iſoſceles*: ſi nullum latus alteri æquale, *Triangulum Scalenum*, ut H T K. TAB. I. *Fig.* 7. 8. 9. *Fig.* 10. *Fig.* 11.

DEFINITIO XI.

20. *Quadratum* eſt figura quatuor æqualia latera A B, B C, C D, D A & ſingulos angulos rectos habens. *Oblongum* vel *Rectangulum* habet ſingulos angulos rectos, ſed tantum duo latera oppoſita E F & H G, item E H & F G æqualia. *Rhom-* TAB. I. *Fig.* 12. *Fig.* 13.

Digitized by Google

Fig. 14. *bus* habet quatuor latera I K, K L, L M, M I æqualia, & ſingulos angulos obliquos. *Rhomboides* habet quidem ſingulos angulos obliquos, ſed tantum duo latera oppoſita O N & P Q, O P & Q N æqualia. Quadrilatera reliqua appellantur *Trapezia*, ut S V Z T.

Fig. 15.

Fig. 16.

DEFINITIO XII.

21. Figuræ reliquæ quibus plura quam quatuor latera ſunt, *Poligona* vocantur: & in ſpecie *Pentagona*, ſi quinque; *Hexagona*, ſi ſex latera æqualia habent &c. Si & omnia latera & omnes anguli ſunt inter ſe æquales, ut in A B C D E F, Figura *Regularis* vel *Ordinata* dicitur: ſin & anguli inter ſe & latera ſunt inæquales: ut in G H I K L, Figura *irregularis* vel *inordinata* dicitur.

Fig. 17.

Fig. 18.

DEFINITIO XIII.

22. Duæ lineæ A B & C D ubique eandem à ſe invicem diſtantiam ſervantes, ſunt *Lineæ Parallelæ*.

Tab. I. Fig. 19.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITIO XIV.

23. Quadrilatera, quorum oppoſita latera ſunt inter ſe parallela, *Parallelogramma* dicuntur.

AXIOMA I.

24. *Inter duo puncta non niſi unica recta cadit.*

COROLLARIUM I.

25. Duæ igitur rectæ ſpatium comprehendere nequeunt, quia in ſuis punctis extremis concurrere debent.

COROLLARIUM II.

26. Conſequenter in omni triangulo duo latera A B & B C, ſimul ſumta ſunt tertio A C majora. TAB. I. *Fig.* 7. 9. 10.

AXIOMA II.

27. *Omnes radii ejuſdem Circuli ſunt inter ſe æquales* (§. 13.)

AXIOMA III.

Tab. I. Fig. 20. 28 *Omnes arcus* DE *&* BC *ex vertice anguli alicujus A, intra ejus crura A B &* A C *deſcripti, eundem habent graduum numerum.*

COROLLARIUM.

29. Quia quantitas Anguli A ex numero graduum ejuſmodi arcus D E vel B C æſtimatur (§. 16.); perinde eſt pro dimetiendo angulo, ſive magno ſive parvo radio, arcus iſte deſcribatur.

AXIOMA IV

30. *Lineæ rectæ & anguli, qui ſe mutuo tegunt ſunt æquales: & contra ſi æquales ſunt ſe mutuo tegunt.*

AXIOMA V.

31. *Figuræ quæ ſe mutuo tegunt ſimiles & æquales ſunt: & quæ æquales & ſimiles ſunt ſe mutuo tegunt* (§. 4.)

SCHOLION.

32. *Probe notandum ab æqualibus figuris requiri,*

Digitized by Google

quiri, ut ſe mutuo tegant: enimvero etſi ſuperior inferiori ſuperimpoſita eam tegeret, inferior tamen ſuperiori ſuperimpoſita eam minime tegeret, niſi æquales eſſent. Scilicet figuræ ita ſibi mutuo impoſitæ, ut ſe mutuo tegant, eandem habent perimetrum.

AXIOMA VI.

33. *Si duæ figuræ vel lineæ eodem modo generantur vel deſcribuntur, & ea, per quæ generantur vel deſcribuntur, utrinque ſimilia ſunt; figuræ & lineæ ſunt inter ſe ſimiles* (§. 4.).

COROLLARIUM.

34. Cum itaque omnia puncta (§. 2. 4.), & rectæ ſint inter ſe ſimiles (§. 7.), & quilibet Circulus generetur, ſi recta circa punctum rotetur (§. 11.) omnes circuli eorumque peripheriæ inter ſe ſimiles eſſe debent.

AXIOMA VII.

35. *Duo anguli qui eandem habent menſuram ſunt inter ſe æquales: & contra ſi æquales ſunt, eandem habent menſuram* (§. 16.)

AXIO-

AXIOMA VIII.

Tab. I. Fig. 21. 36. *Super quavis linea* A B, *ex aſſumto in illa puncto C, deſcribi poteſt Semicirculus* (§. 11.)

COROLLARIUM.

37. Si ex centro C erigatur perpendicularis C D, erunt anguli *o* & *x* inter ſe æquales (§. 17). Anguli igitur recti menſura eſt quadrans, hoc eſt, 90° (§. 16. 36), & proinde omnes Anguli recti ſunt inter ſe æquales (§. 35): & Angulus recto æqualis, etiam rectus eſt (§. 35.)

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 22. 38. *Duo anguli x & o, quos linea* D C *ſuper alia linea* A B *efficit, junctim ſumti conficiunt* 180°.

DEMONSTRATIO.

Ex C ſuper linea A B deſcribi poteſt ſemicirculus (§. 36). Proinde menſura ſummæ angulorum *x* & *o* ſemicirculus eſt (§. 16); conſequenter conficiunt 180°. (§. 14). *Quod erat demonſtrandum.*

Digitized by Google

COROLLARIUM.

39. Si igitur in campo angulus inacceſſus metiendus eſt, vel obtuſum Quadrante metiri debemus; illius loco angulum contiguum metimur.

THEOREMA II.

40. *Si recta* A B *ſecet alteram* C D *in* E, *anguli verticales* o *&* x *ſunt æquales.* Tab. I. *Fig.* 23.

DEMONSTRATIO.

Nam $o + u = 180°$ & $u + x = 180°$ (§. 38). Adeoque $o + u = u + x$ (§. 22 *Arithm.*); conſequenter $o = x$ (§. 25 *Arithm.*) Q. E. D.

COROLLARIUM.

41. Proinde in campo aut alibi ubi angulos menſuræ neceſſe habemus, loco anguli x ejus verticalem o metiri licet, ſi forte ille inacceſſus fuerit.

THEO-

THEOREMA III.

Tab. I. Fig. 24. 42. *Omnes anguli circa punctum* C *conſtituti, quatuor rectis æquales ſunt vel* 360°.

DEMONSTRATIO.

Eorum menſura eſt circulus integer (§. 11. 16). Adeoque junctim ſumti, continent quatuor rectos (§. 37) vel 360°. (§. 14) Q. E. D.

PROBLEMA I.

43. *Angulum propoſitum metiri.*

RESOLUTIO.

In Charta.

Tab. II. Fig. 25. 1. Centrum Tranſportatoris imponatur vertici Anguli A, & interior regulæ acies lineæ A B adaptetur.

2. Gradus in arcu D E, intercepto inter crura anguli A C & A B, numerentur.

In

Digitized by Google

In Campo.

1. Inſtrumentum Goniometricum ita collocetur, ut diameter ejus A B uni cruri anguli reſpondeat. Tab. I. *Fig.* 26.

2. Regula E F circa centrum D mobilis promoveatur, donec per pinnulas ipſi affixas collineanti, extremitas alterius cruris occurrat.

3. Numerentur gradus quos regula ſuper inſtrumento reſecat. Ita in utroque caſu innoteſcit quantitas anguli (§. 16).

PROBLEMA II.

44. *Lineam rectam metiri.*

RESOLUTIO.

Ante omnia paretur menſura. In *Charta* aſſumatur Linea, & ab ea abſcindantur 10 particulæ æquales, quæ *Pedes* deſignent, & intervallum 10 pedum, quod *Decempedas* deſignet, in reſiduum Lineæ transferatur, quoties fieri poteſt. Quo facto menſura erit parata (§. 9).

In *Campo*, vel Catena vel Fune vel Pertica in digitos, pedes & decempedas legi-

gitime diviſis utimur, ſufficit autem ultimam decempedam in pedes, & pedem ultimum in digitos dividi.

Quod ſi ergo *in charta* lineam metiri volueris.

TAB. II. *Fig.* 27. 1. Ponatur Circini crus unum in A & aperiatur uſque ad B.

2. Deinde Circini crus unum invariata apertura, ponatur ſuper initium Decempedæ alicujus ex. gr. in 10, & notetur quemnam Pedem alterum attingat, ex. gr. 5, erit Linea 1°. 5′.

In Campo.

1. In utraque lineæ extremitate erigantur baculi, & ſi ea menſuræ longitudinem ſuperet, conſtituantur inter hos, alii in eadem recta (§. 8).

2. Funis aut Catena ab uno baculo uſque ad alterum extendatur.

3. Tandem Decempedæ, Pedes atque Digiti intercepti numerentur.

SCHOLION I.

45. Extremitatibus Catenæ, utrinque duos annu-

annulos aptare poteris, duobus baculis trajiciendos, hoſque cum baculo Lineæ menſurandæ ſemper in eadem recta collocare. (8)

SCHOLION II.

46. *Catenæ pondere ſunt paulum moleſtæ, nec commode extenduntur. Si converſione perticæ lineam metimur, ejus craſſitudo longitudini lineæ repertæ toties addenda, quoties pertica converſa fuit; aut ejus longitudo craſſitudine perticæ imminuenda. Funes cannabinos humor contrahit; & tenſione inæqualiter extenduntur. Notat* SCHWENTERUS (Geom. pract. lib. 1. Tract. 2. pag. 381) *ſibi ejuſmodi funem, ſedecim pedum, cadente pruina, horæ unius intervallo fere integro pede contractum fuiſſe. Ut igitur hi nævi tollantur, funiculi, ex quibus conficiuntur, in gyros contrarios contorquendi, ipſe autem funis oleo lineo ferveſaciendus, exſiccatuſque, per ceram liquefactam trahendus, tandemque cerandus. Affirmat* SCHWENTERUS p. 382. *inſenſibile longitudinis decrementum notari etiamſi funem iſtiuſmodi per diem integrum ſub aquis demerſum detineas.*

SCHOLION III.

47. *Pro lineis in charta menſurandis artificioſius inſtrumentum datur Scala geometrica*

 di-

dictum: de quo inferius demum dicendi locus erit.

PROBLEMA III.

48. *Angulum efficere æqualem dato.*

RESOLUTIO.

Caſ. 1. Si angulus datur in gradibus

1. Ducatur recta A B.

Tab. II. Fig. 25. 2. Puncto A ſuperimponatur centrum Tranſportatoris, & lineæ A B radius ejus.

Numerentur in illo a D verſus E, tot gradus, quot datus angulus habere debet.

4. Apud gradum ultimum notetur punctum E.

5. Tandem ab A per E ducatur recta. Erit B A C, angulus quæſitus.

Tab. II Fig. 29. Caſ. II. Quando angulus D E F in charta datur.

1. Ex E arbitrario intervallo deſcribatur arcus G H.

2. Ducatur recta *e f*.

3. Ex.

Digitized by Google

3. Ex. *e* intervallo priori deſcribatur arcus *b i.*

4. Ponatur circini crus unum in H, & aperiatur uſque ad G.

5. Hac apertura ex *b* abſcindatur ab arcu *b i* arcus *b g.*

6. Ex *e* per *g* ducatur recta *e d*

Sic factum eſt, quod petebatur.

Caſ. III. In Campum, angulus in gradibus datus, ope inſtrumenti Goniometrici defertur, quemadmodum *ex Problemate primo* (§. 43) colligitur.

DEMONSTRATIO.

In caſu primo & tertio non opus eſt demonſtratione. In caſu ſecundo, eſt arcus *gb* = GH, ut infra (§. 92) independenter ab his demonſtrabitur, adeoque angulus *def* = DEF (§. 16. 35). Q. E. D.

THEOREMA IV.

49. *Si in duobus Triangulis A B C & a b c fuerit Angulus* A = *a*, A C = *ac & A B.* = *ab; erit etiam* BC = *b c,* TAB. II. *Fig.* 30.

F 2

$= bc$, $B = b$, $C = c$ *totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum acb, ita ſuper imponi alteri A C B, ut punctum a ſuper A & recta ab ſuper A B cadat. Quoniam $ab = AB$ punctum b ſuper B cadet (§. 30): & quia $a = A$, recta $ac = AC$ punctum c ſuper C (§. cit,): conſequenter bc ſuper B C cadet (§. 24). Proinde tota Triangula A C B. & acb æqualia ſunt (§. 31.) & $BC = bc$, &c. (§. 30.) Q. E. D.

THEOREMA V.

Tab. II. Fig. 30. 50. *Si in duobus triangulis* A C B & acb *fuerit angulus* $A = a$ & $B = b$, *præterea latus* $AB = ab$; *Triangula æqualia erunt* & $AC = ac$ $BC = bc$.

DEMONSTRATIO.

Concipiamus triangulum A B C ita ſuper imponi alteri abc, ut punctum A

A ſuper *a* & latus AB ſuper latus *ab* cadat; tunc punctum B ſuper *b*, recta AC ſuper *ac*, & BC ſuper *bc* cadet (§. 30). Jam cum rectæ AC & BC in puncto C, & rectæ *ac* & *bc* in puncto *c* concurrant, punctum C etiam ſuper punctum *c* cadet. Proinde triangula æqualia ſunt (§. 31) & AC = *ac* &c. Q. E. D.

THEOREMA VI.

51. *Si in duobus Triangulis* ACB *& acb fuerit* AC = *ac*, AB = *ab* & BC = *bc*; erit *etiam* A = *a*, B = *b*, C = *c totaque Triangula æqualia erunt.* Tab. II. Fig. 30.

DEMONSTRATIO.

Ex A radio AB deſcribatur arcus *y*, & ex C radio CB arcus *x*. Quo facto, ſi concipiamus, triangulum *acb*, ita ſuper imponi Triangulo ACB, ut punctum *a* ſuper A & *c* ſuper C cadat (§. 30); recta *ab* in arcu *y* & *cb* in arcu *x* terminabitur (§. 13); conſequenter

 punc-

punctum *b* ſuper B cadet ubi arcus ſe mutuo ſecant. Proinde Triangula (§. 31) & Anguli (§. 30) æquales ſunt. Q. E. D.

COROLLARIUM.

52. Conſequenter ex datis tribus rectis, non niſi idem Triangulum conſtrui poteſt.

PROBLEMA IV.

Tab. II. Fig. 31. 53. *Super data recta A B Triangulum æquilaterum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Poſito circino in A, aperiatur uſque ad B, eoque deſcribatur ſupra lineam arcus.

2. Ponatur deinde circinus in B, & eadem apertura deſcribatur arcus alius, qui priorem in C interſecabit.

3. Ex A & B, ad C, ducantur rectæ A C & B C. *Ita factum eſt quod petebatur.*

DE-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Etenim rectæ AC & BC ipſi AB æquales ſumtæ fuerunt (§. 27). Ergo Triangulum ACB eſt æquilaterum (§. 19). Q. E. D.

PROBLEMA V.

54. *Datis duabus rectis* AB *&* BC *Triangulum æquicrurum conſtruere.* TAB. II. *Fig.* 32.

RESOLUTIO.

1. In una extremitate B rectæ AB, pro baſi trianguli aſſumtæ, collocetur Circinus, & intervallo alterius rectæ datæ BC, deſcribatur arcus.

2. Ex A eodem intervallo deſcribatur arcus alius, qui priorem in C interſecabit.

3. Ex C ad A & B ducantur rectæ, & Triangulum deſideratum conſtructum erit.

DEMONSTRATIO.

Rectæ AC & BC æquales factæ fuerunt,

runt. Quare Triangulum A C B eſt æquicrurum (§. 19). *Q. E. D.*

PROBLEMA VI.

55. *Datis tribus rectis Triangulum conſtruere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 33. 1. Aſſumatur datarum una A B pro baſi Trianguli.

2. Ex A intervallo alterius A C deſcribatur ſupra illam arcus, &

3. Ex B intervallo tertiæ B C arcus alius, qui priorem ſecabit in C.

4. Ducantur rectæ A C & C B; & Triangulum erit conſtructum (§. 52).

SCHOLION I.

56. *Si duo arcus ſe mutuo non attingunt, ex datis tribus rectis Triangulum conſtrui nequit* (§. 26).

SCHOLION II.

57. *Conſtructio figurarum maximam habet utilitatem. Ejus ope, cujuſcunque Campi Ichnogra-*

graphia perficitur, ſine qua area ejus inveniri nequit. Imo poſtquam ſimilitudinis principia in Geometriam introduxi, facit ſimul ad Demonſtrationem ſimilitudinis figurarum quemadmodum ex ſequentibus patebit. Ex hoc porro colligere licet, quæ in Campo metiri oportet, ſi Ichnographiam perficere, id eſt Figuræ Campi ſimilem, in charta conſtruere volueris. Qua de cauſa nos minime tædet plura Problemata de Triangulis ſubjungere.

PROBLEMA VII.

58. *Datis duabus rectis* AB & AC *& angulo intercepto* A *Triangulum conſtruere.* TAB. II. Fig. 34.

RESOLUTIO.

1. Aſſumatur recta A B pro Baſi &
2. In A fiat angulus dato æqualis (§. 48).
3. In rectam A D transferatur altera datarum A C, &
4. Ducatur ex C ad B recta. Quo facto Triangulum perfectum erit (§. 49).

SCHOLION.

59. *In praxi nunquam opus eſt, ut lineæ*

inutiles, ut hic A D, producantur; ſed ſtatim ac regula applicata fuerit, punctum C deſignari poteſt.

PROBLEMA VIII.

Tab. II. Fig. 35. 60. *Datis duobus angulis, cum recta interpoſita A B, Triangulum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem unam, A rectæ datæ A B, conſtituatur angulus uni datorum æqualis, &

2. Ad extremitatem alteram B, alius alteri datorum æqualis (48). Hoc pacto crura horum angulorum ſe mutuo ſecabunt in C, & formabunt Triangulum deſideratum (§. 50).

PROBLEMA IX.

Tab. II. Fig. 36. 61. *Metiri diſtantiam duorum locorum* A *&* B *ex eodem tertio* C *acceſſorum.*

RESOLUTIO.

1. In loco C ad arbitrium electo defigatur baculus.

2. In-

Digitized by Google

2. Inveſtigetur longitudo lineæ A C (§. 44), & referatur ex C in *a*, ita ut baculus in *a* defigendus, ſit cum C & loco A in eadem recta (§. 8).

3. Eadem ratione inveſtigetur longitudo lineæ B C, referatur ex C in *b*, & defigatur, ut ante, in *b* baculus cum C & B in eadem recta (§. 8.).

4. Tandem menſuretur longitudo rectæ *a b*, ſic innoteſcet diſtantia deſiderata.

DEMONSTRATIO.

Nam anguli *x* & *y* ſunt æquales (§. 40). Cum vero etiam A C = *a C* & B C = *b C*, erit *ab* = A B (§. 49). *Q. E. D.*

SCHOLION.

62. *Quod ſi anguſtia ſpatii non permittat, ut integræ* A C *&* B C *in a & b referantur; poterunt vel ſemiſſes, vel tertiæ, aut quartæ partes ipſarum a C & b C referri: quo in caſu erit ab* = $\frac{1}{2}$, *vel* $\frac{1}{3}$, *vel* $\frac{1}{4}$ ipſius A B, *ceu infra* (§. 152) *demonſtrabitur.*

PRO-

PROBLEMA X.

63. *Fune vel Catena angulum in campo ex uno loco in alterum transferre.*

RESOLUTIO.

TAB. II. Fig. 37. Sit transferendus angulus A in C.

1. In utroque crure anguli dati A menſurentur duæ lineæ longitudinis arbitrariæ AF & AD, item linea tranſverſa FD, quæ hinc oritur.

2. Transferatur ex C in *d* linea inventa AD, utrique baculo C & *d* funis ita applicetur, ut *Cf* = AF, *df* = DF fiat.

3. In *f* defigatur baculus, erit angulus *d* C *f* = FAD.

DEMONSTRATIO.

Eſt enim AF = C*f*, AD = C*d* & DF = *df*. Ergo quoque angulus C æqualis angulo A (§. 51).

PROBLEMA XI.

64. *Invenire diſtantiam duorum locorum*

co-

corum, ad quorum unum B *tantum acceſſus patet.* TAB. II. *Fig.* 38.

RESOLUTIO.

1. Baculo ad arbitrium in E defixo, recta B E ita referatur ex E in C, ut baculus in C defixus ſit cum E & B in eadem recta (§. 8).

2. In C conſtituatur angulus ipſi B æqualis (§. 63).

3. Tandem ex C regrediendum verſus D, donec baculus in D defixus ſit cum F & C itemque cum E & A in eadem recta.

Quo facto linea C D lineæ A B æqualis erit.

DEMONSTRATIO.

Nam angulum C angulo B & rectam C E rectæ E B æquales feciſti. Præterea anguli verticales ad E ſunt æquales (§. 40). Eſt ergo quoque C D = A B (§. 50.) Q. E. D.

SCHOLION I.

65. *Valent hic quoque ea, quæ ad Problema 9 annotavimus (§. 62).*

SCHO-

SCHOLION II.

66. *Quod ſi latitudo fluminis inveſtigari debeat*, & recta B E *ex* E *in* C *ſecundum ripam referri non poſſet; defigitur baculus in arbitraria a ripa diſtantia. Quo in caſu rectæ* C D *longitudo eo major erit latitudine fluminis, quo majore intervallo baculus* B *a ripa remotus fuerit.*

PROBLEMA XII.

Tab. II. Fig. 39. 67. *Per datum punctum* C *parallelam rectæ* A B *in charta ducere.*

RESOLUTIO.

1. Regula ad rectam A B applicetur.

2. Ponatur Circinus in C & aperiatur uſque ad regulam; perinde ac ſi arcum deſcribere velles, qui regulam vel rectam A B tangat.

3. Circinus juxta ductum regulæ promoveatur, ita crus alterum per punctum C parallelam deſideratam D E deſcribet (§. 22).

ALITER.

Idem peragi poteſt ope *Parallelismi*:

Digitized by Google

mi: quod inſtrumentum ex duabus Regulis componitur, quæ duobus retinaculis inter ſe æqualibus ita conjunguntur, ut variis intervallis diduci queant. Quod ſi ergo ejuſmodi Inſtrumentum ad manum habeas, TAB. II. Fig. 40.

1. Regula una debite applicetur ad rectam datam A B &

2. Altera ad punctum C adducatur, ita

3. Per illud linea deſiderata D E duci poterit.

SCHOLION.

68. *Quod ſi in prima reſolutione Circinus uſque ad punctum E aperiri nequit, in diſtantia arbitraria ducatur ipſi* A B *parallela* C D, *& huic parallela* L M *per punctum datum* E: *erit* L M *etiam ipſi* A B *parallela. Nam* E F = H I, *&* F G = I K. *Ergo* E F + F G = H I + I K *hoc eſt*, E G = H K. (§. 24 Arithm.): *conſequenter* L M *ipſi* A B *parallela* (§. 22). TAB. II. Fig. 41.

PROBLEMA XIII.

69. A *dato puncto* C *ad rectam* A B *perpendicularem demittere.* TAB. II. Fig. 42.

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Poſito Circino in C, intervallo arbitrario interſecetur in duobus punctis D & E, recta A B.

2. Ex D & E intervallo arbitrario fiat interſectio in F.

3. Ducatur per C & F recta F G, hæc erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam D C = C E & D F = F E, erunt etiam anguli D F G & G F E (§. 51), conſequenter anguli contigui ad G æquales (§. 49). Ergo recta C G ad A B perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

PROBLEMA XIV.

Tab. II. Fig. 43. 70. *Ex puncto C in recta A B dato perpendicularem erigere.*

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in C, &

2. In-

2. Intervallo arbitrario interſecetur recta A B in D & E.

3. Ex D & E eodem intervallo fiat interſectio in F.

4. Ducatur per C & F recta G C, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam D C = C E & D F = F E, erunt anguli ad C æquales (§. 51). Adeoque recta G C ad A B perpendicularis (§. 17). Q. E. D.

ALITER.

Paretur Norma, hoc eſt, Inſtrumentum ex duabus regulis ad angulum rectum junctis compoſitum.

1. Hujus Inſtrumenti crus unum ita aplicetur ad lineam datam A B, ut anguli vertex punctum datum C attingat. Tab. II. *Fig.* 44.

2. Ex puncto dato C, ducatur ſecundum crus alterum recta C D, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Angulus enim Normæ eſt rectus:

Ergo lineæ D C & C B juxta eam ductæ conſtituunt angulum rectum. Adeoque D C ad C B perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

THEOREMA VII.

Tab. II. Fig. 45. 71. *Si in duobus Triangulis rectangulis* A B C *&* a b c *fuerit*, A B = *a b*, *&* B C = *b c*, vel in *obliquangulis inſuper* A = *a*, *erit etiam* A C = *a c*, B = *b*, C = *c*, *totaque Triangula æqualia erunt.*

DEMONSTRATIO.

Deſcripto per C, intervallo B C, arcu F G; concipiamus Triangulum *a b c* ita poni ſuper alterum A B C, ut punctum *a* ſuper A, & *a b* ſuper A B cadat. Quoniam *a b* = A B, & ang. *a* = A, punctum *b*, ſuper B, & *a c* ſuper A C (§. 30), conſequenter punctum *c* ſuper rectam A C cadit. Quia porro *b c* = B C; punctum *c* incidit in arcum F G (§. 13), conſequenter in C, ubi arcus F G & recta A C ſe mutuo ſecant, adeo-

adeoque bc ſuper B'C cadit, (§. 24). Ergo tota Triangula æqualia ſunt (§. 31). Q. E. D.

THEOREMA VIII.

72. *Si duæ parallelæ* AB *&* CD *tranſverſa* EF *in* G *&* H *ſecentur, erunt* 1°. *anguli alterni x & y æquales,* 2°. *angulus externus o æquatur interno oppoſito y, &* 3°. *duo interni oppoſiti x & y ſimul efficiunt* 180°. Tab. III. *Fig.* 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Ducantur perpendiculares HI & GK, quæ (§. 22.) æquales erunt. Sed anguli I & K ſunt etiam æquales (§. 18. 37). Ergo $x = y$ (§. 71). *Quod erat primum.*

2°. $x = o$ (§. 40). Proinde $y = o$ (§. 22 *Arithm.*): *Quod erat alterum.*

3°. $u + o = 180°$. (§. 38). Ergo etiam $u + y = 180°$. (§. 24 *Arithm.* Q. E. D.

THEOREMA IX.

73. *Si duæ lineæ* AB *&* CD *tranſ-*

Digitized by Google

verſa EF *in* G *&* H *ita ſecentur, ut anguli alterni x & y, vel etiam externus o & internus y æquales fuerint, vel duo interni u & y junctim efficiant* 180°; *erunt lineæ* AB *&* CD *inter ſe parallelæ.*

Tab. III. Fig. 46.

DEMONSTRATIO.

1°. Demittatur ex G perpendicularis GK ad lineam CD: fiat GI = HK, ducaturque recta HI. Quoniam $x = y$; erit I = K & HI = GK (§. 49.), conſequenter I angulus rectus (§. 37.) & AB ipſi CD parallela. 1. *Quod erat primum.*

2°. Sit $o = y$. Quoniam $o = x$ (§. 40); erit $x = y$ (§. 22 *Arithm.*), conſequenter lineæ AB & CD ſunt inter ſe parallelæ, per *num.* 1. *Quod erat ſecundum.*

3°. Sit $y + u = 180°$. Quia $o + u = 180°$ (§. 30); erit $o = y$ (§. 22. 25 *Arithm.*), adeoque lineæ AB & CD ſunt inter ſe parallelæ, per *num.* 2. *Quod erat tertium.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA X.

64. *In quovis Triangulo* ABC *tres anguli junctim ſumti conficiunt* 180°, *& ſi latus unum continuetur, erit angulus externus æqualis duobus internis oppoſitis ſimul ſumtis.* TAB. III. *Fig.* 47.

DEMONSTRATIO.

Ducatur per verticem Trianguli C baſi AB parallela DE, erit 1 = I & 2 = II (§. 72). Sed I + 3 + II = 180°. (§. 38): ergo 1 + 3 + 2 = 180° (§. 24 *Arithm.*). *Quod erat primum.*

Si latus AB continuetur in D erit 3 + 4 = 180° (§. 38). Sed per modo demonſtrata 1 + 2 + 3 = 180°. Ergo 3 + 4 = 1 + 2 + 3 (§. 22. *Arithm.*), conſequenter 4 = 1 + 2 (§. 25 *Arithm.*). *Quod erat alterum.* TAB. III. *Fig.* 48.

COROLLARIUM I.

75. Quamobrem in Triangulo non niſi unus angulus rectus eſſe poteſt, & tum reliqui

liqui duo ſimul, unum rectum conficiunt, id eſt, 90° (§. 37). Neque duæ rectæ ad eandem tertiam perpendiculares, licet in infinitum verſus utramque partem continuatæ, uſpiam concurrere poſſunt; ſunt igitur parallelæ.

COROLLARIUM II.

76. Multominus plures, uno angulo obtuſo in Triangulo eſſe poſſunt (§. 18).

COROLLARIUM III.

77. Si unus Trianguli angulus à 180° ſubtrahitur, ſumma duorum reliquorum relinquitur; & ſi ſumma duorum ex 180° auffertur, reſiduus fit tertius.

COROLLARIUM. IV.

78. Si duo anguli unius Trianguli æquentur duobus alterius; etiam tertius unius æqualis eſt, tertio alterius (§. 25 *Arithm.*).

THEOREMA XI.

Tab. III. Fig. 49. 79. *In Triangulo æquicruro* A B C, *anguli ad baſin x & y ſunt æquales, & perpendicularis* C D *tam angulum* C *quam baſin* A B, *& Triangulum ipſum bifariam ſecat.*

D E-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Recta AB biſecetur in D, ducaturque recta DC. Quoniam etiam AC = CB (§. 19) erit $x = y$ & $o = u$, $m = n$ & △ACD = △CDB (§. 51); conſequenter CD ad AB perpendicularis (§. 17. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

80. In Triangulo itaque æquilatero, omnes anguli ſunt inter ſe æquales, & conſequenter quilibet 60° (§. 74).

THEOREMA XII.

81. *Si in Triangulo* ACB *anguli* x *&* y *ad baſin* AB *æquales ſunt, latera* AC *&* CB *quoque æqualia erunt.* Tab. III. Fig. 49.

DEMONSTRATIO.

Ducatur recta CD ita, ut $m = n$. Quoniam $x = y$, erit quoque $o = u$ (§. 78) proinde AC = CB (§. 50). *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

82. Si ergo tres anguli fuerint æquales & per conſequens quilibet 60° (§. 74); omnia tria latera inter ſe æqualia erunt.

THEOREMA XIII.

83. *Angulus ad centrum eſt duplus, anguli ad peripheriam, eidem arcui inſiſtentis.*

DEMONSTRATIO.

Tab. III. Fig. 50. *Caſ.* 1. $o = x + u$ (§. 74). Quoniam vero $AC = CB$ (§. 27), erit $x = u$ (§. 79), conſequenter $o = u + u = 2u$.

Tab. III. Fig. 51. *Caſ.* 2. $x = 2y$ & $u = 2o$ *per num.* 1. Ergo $x + u = 2y + 2o$ (§. 24 *Arithm.*).

Tab. III. Fig. 52. *Caſ.* 3. $o + x = 2u + 2y$ & $o = 2u$ *per num.* 1. Ergo $x = 2y$ (§. 25 *Arithm.*) *Q. E. D.*

COROLLARIUM I.

Tab. III. Fig. 50. 84. Anguli itaque, ad peripheriam ABD menſura eſt arcus dimidius AD, cui inſiſtit:

Digitized by Google

tit: nam arcus integer A D, eſt menſura anguli ad centrum A C D (§. 16). Si angulus A C B ſemicirculo A D B vel angulus H B K arcui majori H I K quam eſt Semicirculus inſiſtat; evidens eſt, quod arcus dimidius A D, anguli A C D, & $\frac{1}{2}$ D B anguli D C B, ſimiliter $\frac{1}{2}$ H I anguli H B I, & $\frac{1}{2}$ I K anguli I B K, conſequenter $\frac{1}{2}$ A D B, vel quadrans, anguli A C B; & $\frac{1}{2}$ H I K, vel plus quam quadrans, anguli H B K menſura ſit. TAB. III. *Fig.* 54. & 55.

COROLLARIUM. II.

85. Duo vel plures anguli A B C & A D C in peripheria ejuſdem circuli terminati & eidem arcui A C inſiſtentes æquales ſunt (§. 35). TAB. III. *Fig.* 55.

COROLLARIUM III.

86. Quilibet angulus in ſemicirculo A C B eſt rectus: nam inſiſtit ſemicirculo, adeoque ejus menſura eſt circuli quadrans (§. 84). TAB. III. *Fig.* 55.

COROLLARIUM IV.

87. Angulus intra circulum, minor eſt recto, ſi arcui ſemicirculo minori inſiſtit: major vero recto, ſi majori H K inſiſtit (§. 86.), ac proinde in caſu priori acutus; in poſteriori obtuſus (§. 18). TAB. III. *Fig.* 55.

Digitized by Google

PROBLEMA XV.

88. *Normam examinare, utrum juſta ſit nec ne.*

RESOLUTIO.

Tab. III. *Fig.* 54. 1. Intervallo arbitrario deſcribatur ſemicirculus A C B, &

2. Ex utraque extremitate diametri A B ducantur ad quodcunque peripheriæ punctum rectæ A C & B C.

3. Vertex normæ ad punctum C applicetur.

Quod ſi crura ejus utramque rectam ſtringant norma juſta erit.

DEMONSTRATIO.

Angulus A C B eſt rectus (§. 86). Quod ſi norma illi congruit; juſta erit (§. 30). Q. E. D.

PROBLEMA XVI.

89. *In extremitate lineæ perpendicularem excitare.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Ponatur Circinus in puncto pro lubitu aſſumto C & aperiatur uſque ad A. Tab. III. Fig. 56.

2. Hoc intervallo notetur in linea A B punctum D.

3. Applicata regula ad D & C notetur priori intervallo punctum E.

4. Tandem ducatur recta A E F, quæ erit ad A B perpendicularis.

DEMONSTRATIO.

Quoniam A C = C D = C E, ex C per puncta E, A & D, deſcribi poteſt ſemicirculus (§. 27. 36). Ergo angulus ad A eſt rectus (§. 86), & recta F A ad A B perpendicularis (§. 18). Q. E. D.

ALITER.

Idem ope normæ ut ſupra (§. 70) peragi poteſt.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XVII.

90. *Lineam rectam AB in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 57. 1. Ex A & B pro arbitrio fiant interſectiones in C & D

2. Puncta interſectionum recta DC conjungantur, hæc rectam AB in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = CB & AD = DB, erit $o = y$ (§. 51). Hinc porro quoque in Triangulis ACE & ECB, AE = EB (§. 49). Q. E. D.

SCHOLION.

Tab. III. Fig. 58. 91. *Idem etiam mechanice, hoc eſt tentando, peragi poteſt. Ponatur enim circinus in A, & eo uſque aperiatur, donec medium lineæ AB attingere videatur; tum fiat interſectio in C, item alia eadem circini apertura ex B in D: tunc oculi judicio haud difficulter determinabi-*

nabitur punctum E, quo recta A B in duas partes æquales dividitur.

THEOREMA XIV.

92. *In eodem vel in æqualibus circulis chordæ æqualium arcuum A B & D E æquales ſunt, & ſi chordæ ſunt æquales, etiam arcus æquales erunt.* Tab. III. Fig. 59.

DEMONSTRATIO.

Ex centro C ducantur radii, C A, C B, C E & C D; qui omnes inter ſe æquales ſunt (§. 27). Quoniam porro arcus A B & D E æquales ſunt, anguli A C B & D C E quoque æquales erunt (§. 35). Ergo etiam A B = D E (§. 49): *Quod erat primum.*

Si A B = D E, erit $o = x$ (§. 51), conſequenter arcus A B & D E æquales (§. 35): *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

93. Si itaque peripheria circuli dividatur in partes quotcunque æquales, ducanturque ſubtenſæ, figura, ſingula latera (§. 92), atque

atque ſingulos angulos [§. 85] æquales habet, Figura ergo eſt regularis (§. 21).

PROBLEMA XVIII.

94. *Datum arcum in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 60. 1. Ex A & B intervallo arbitrario fiant interſectiones in C & D.

2. Agatur per C & D recta, hæc arcum A B in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Linea CD rectam AB bifariam ſecat in F, & efficit duos angulos rectos apud F (§. 90). Eſt ergo etiam A E = BE (§. 40), conſequenter arcus A E & B E ſunt inter ſe æquales (§. 92). *Q. E. D.*

THEOREMA XV.

Tab. III. Fig. 61. 95. *Perpendicularis D A chordam E F biſa-*

Digitized by Google

biſariam ſecans in G per centrum Circuli C tranſit, & arcum quoque E D F biſariam ſecat. Et perpendiculum ex centro circuli C ad chordam E F demiſſum, tam chordam, quam arcum E D F biſariam ſecat.

DEMONSTRATIO.

2. Quoniam E G = G F & ad G duo anguli recti, erit E A D = D A F (§. 49), adeoque arcus E D & D F æquales (§. 84. 35): *Quod erat primum.*

2. Porro chordæ E A & A F (§. 49) & conſequenter arcus A F & E A (§. 92.) æquales ſunt, conſequenter AE + E D = A F + F D (§. 24 *Arithm.*), & hinc A D diameter circuli, conſequenter A D, per centrum tranſit (§. 13): *Quod erat ſecundum.*

3. Si C G perpendicularis ad E F, erunt ad G anguli recti (§. 18). Jam cum E C = C F (§. 27); erit E G = G F & E C D = D C F (§. 71), conſequenter arcus E D & D F æquales (§. 35): *Quod erat tertium.*

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XIX.

Tab. III. Fig. 62. 96. *Angulum datum B A C in duas partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. Poſito circino in A, intervallo quocunque, notentur puncta D & E.

2. Ex D & E fiat interſectio in F &

3. Ducatur recta A F; hæc angulum A in duas partes æquales dividet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AD = A E & D F = EF, & A F utrique triangulo communis, erit $o = x$ (§. 51). Q. E. D.

PROBLEMA XX.

Tab. III. Fig. 63. 97. *Per data tria puncta, A, B, C circulum deſcribere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ex A & B, intervallo arbitrario, fiant interſectiones in D & E & ducatur recta D E.

2. Similiter ex B & C fiant interſectiones in F & G & ducatur recta F G.

Ubi lineæ F G & D E ſe interſecant, ſcilicet in H, ibi erit centrum circuli.

DEMONSTRATIO.

Si ex A ad B, item ex B ad C, ducantur rectæ; hæ chordæ erunt duorum arcuum circuli quæſiti (§. 13). Sed Lineæ D E & F G chordas A B & BC perpendiculariter & biſariam ſecant (§. 90). Ergo utraque per centrum circuli tranſit (§. 95.) Quare centrum erit in H, ubi lineæ ſe interſecant. Q. E. D.

PROBLEMA XXI.

98. *Super data recta A B quadratum conſtruere.* Tab. III. *Fig.* 64.

RESOLUTIO.

1. In A erigatur perpendicularis (§. 70. 89.) ipſi A B æqualis.

2. Ex C & B, intervallo AB, fiat interſectio in D, &

3. Ducantur rectæ CD & DB.

PROBLEMA XXII.

Tab. III. Fig. 65. 99. *Datis duabus rectis AB & BC Rectangulum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Jungantur AB & BC ad angulos rectos (§. 89).

2. Ex A intervallo BC, deſcribatur arcus, & ex C intervallo AB alius priorem interſecans in D.

3. Tandem ducantur rectæ CD & DA.

PROBLEMA XXIII.

Tab. III. Fig. 66. 100. *Data recta AB, una cum angulo obliquo, Rhombum conſtruere.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Ad rectam A B conſtituatur angulus datus A (§. 48), & fiat A C = A B.

2. Ex C & B, intervallo A B, fiat interſectio in D.

3. Ducantur C D & D B.

PROBLEMA XXIV.

101. *Datis duabus rectis A B & A C, una cum angulo obliquo A, Rhomboidem conſtruere.* TAB. III. *Fig.* 67.

RESOLUTIO.

1. Ad extremitatem A rectæ datæ A B conſtituatur angulus datus (§. 48), & fiat A C alteri datarum æqualis.

2. Ex B intervallo A C deſcribatur arcus, & ex C, intervallo A B alius priorem interſecans in D.

3. Ducantur denique rectæ C D & D B.

Digitized by Google

THEOREMA XVI.

Tab. IV. Fig. 68. 102. *Diagonalis A D dividit quadratum, Rectangulum, Rhombum, & Rhomboidem, in duas partes æquales: anguli diagonaliter oppoſiti ſunt æquales, & latera oppoſita A B & C D, A C & B D inter ſe parallela.*

DEMONSTRATIO.

In omnibus hiſce figuris, eſt A C = B D & C D = A B (§. 20). Ergo Triangula A C D = & A B D æqualia, item $x = x$ & $o = o$, $u = u$ (§. 51), conſequenter A B ipſi C D & A C ipſi B D parallela (§. 73). Q. E. D.

COROLLARIUM

103. Adeoque omnia hæc Quadrilatera ſunt Parallelogramma (§. 23).

PROBLEMA XXV.

69 104. *Invenire angulum Poligoni regularis.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum Poligoni.

2. Numerus, qui prodit, à 180 ſubtrahatur: remanebit numerus graduum dato angulo reſpondens.

Ex. gr. In Hexagono 360 per 6 dividatur & quotus 60 à 180 ſubtrahatur, prodibunt 120° pro angulo A B C.

DEMONSTRATIO.

Sit A B C angulus quæſitus. Deſcribatur per tria puncta A, B, C circulus (§. 97). Quoniam A B = B C (§. 21), erunt quoque arcus A B & B C æquales (§. 92). Jam cum arcus A D; ſemiſſis ipſius A D C, ſit menſura anguli B (§. 84); arcus A D vel angulus B innoteſcit, arcum A B ſubtrahendo à ſemicirculo B A D. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXVI.

105. *Invenire ſummam omnium angulorum in quocunque Poligono.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicentur 180 per numerum laterum.

2. Ex producto ſubducantur 360, reſiduum erit ſumma angulorum.

E. gr. pro pentag.	180	pro Hexag	180
	5		6
	900		1080
	360		360
	540		720

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 70. Quodlibet Poligonum ex aſſumto in eo puncto F in tot Triangula reſolvitur, quot habet latera. Si ergo 180 per numerum laterum multiplices, ſumma angulorum prodit, omnium horum Triangulorum (§. 74).

Sed anguli circa punctum F, qui non pertinent ad angulos Poligoni, ſemper efficiunt 360° (§ 42).

Quod ſi ergo à facto ſupra invento ſubtrahantur 360, ſumma angulorum Poligoni relinquitur. *Q. E. D.*

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XXVII.

106. *Super data recta A B Poligonum regulare quodcunque deſcribere.*

RESOLUTIO.

In A & B fiant anguli dimidio angulo Poligoni ſigillatim æquales; hac ratione latera Trianguli æquicruri A B C ſe mutuo ſecabunt in centro Circuli C. Tab. IV. *Fig.* 71.

2. Ex C radio C A deſcribatur Circuli peripheria, & in ea applicetur latus A B, quoties fieri poteſt.

PROBLEMA XXVIII.

107. *Circulo dato Poligonum regulare quodcunque inſcribere.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur 360 per numerum laterum ut habeatur quantitas anguli A C B. Tab. IV. *Fig.* 72.

2. Transferatur is ad centrum

Digitized by Google

Circuli C (§. 48), ita innoteſcit latus Poligoni AB, quod

3. In peripheria ejus quoties licet, applicari poterit.

THEOREMA XVII.

108. *Latus Hexagoni AB æquatur radio Circuli AC.*

DEMONSTRATIO.

Tab. IV. Fig. 72. Angulus ACB eſt 60° (§. 107). Proinde reliqui A & B 120° (§. 77). Quia vero AC = BC (§. 27); erit etiam A = B (§. 79). Conſequenter unuſquiſque eorum 60°, adeoque angulo C æqualis. Ergo quoque AB = AC [§. 82]. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

109. Hexagonum igitur regulare Circulo inſcribitur, radium ad peripheriam ſexies applicando.

COROLLARIUM II.

110. Et ſi ſuper linea data Hexagonum deſ-

deſcribendum eſt, ſufficit, Triangulum æquilaterum ſuper ea conſtrui (§. 53): eſt enim vertex C centrum Circuli Hexagono quæſito circumſcribendi.

PROBLEMA XXIX.

111. *Datis omnibus lateribus figuræ cujuſcunque, & tot Diagonalibus, quot ſunt latera, demtis tribus; figuram conſtruere.*

RESOLUTIO.

Cum figura quælibet per Diagonales in tot Triangula reſolvatur, quot ſunt latera demtis duobus, non alia re opus eſt, quam ut unum Triangulum ſuper altero exſtruatur (§. 55). Tab. IV. *Fig.* 73.

PROBLEMA XXX.

112. *Datis omnibus lateribus & tot angulis, quot ſunt latera, demtis tribus, Figuram conſtruere.*

RESOLUTIO.

Tab. IV. Fig. 74. 1. Ducatur recta AB, uni datorum laterum æqualis, ad A & B ponantur anguli requiſiti A & B, eidem adjacentes (§. 48), quibus

2. Latera AE & BC applicentur.

3. Quod ſi in E ponatur angulus conveniens (§. 48) ED applicari, & DC duci poteſt.

4. Vel duobus ultimis ED & CD, ex E & C fiat interſectio in D, & ſic figura claudetur.

SCHOLION.

113. *Si omnes anguli, præter unum, dentur, duo latera dari opus non eſt.*

PROBLEMA XXXI.

114. *Invenire Aream Quadrati.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur longitudo lateris.

2. Hæc

2. Hæc ducatur in ſeipſam, factum exprimit Aream Quadrati.

Sit e. gr. Latus Quadrati

```
                 345''
                 345
               -------
                 1725
                1380
               1035
              ---------
Erit Area     119025''
```

DEMONSTRATIO.

Pro menſuranda ſuperficie, opus eſt ut ſuperficies pro menſura aſſumatur. Cum vero Quadratum nonniſi angulos rectos & latera æqualia habeat, hoc pro menſura aſſumere libitum fuit. Idcirco pertica quadrata dicitur quadratum, quod perticam longum, & perticam latum eſt; pes quadratus, qui pedem longus, & pedem latus eſt; &c. Quod ſi igitur latus A B, e. gr. in 4 partes æquales diviſum fuerit, vel 4 pedes contineat; evidens eſt, nnmerum pedum Quadratorum in Quadrato majore A B D C contentorum

torum reperiri, ſi latus in ſe ipſum ducatur. Nam in quadrato majore tot reperiuntur Quadratorum minorum ſeries, & in qualibet ſerie, tot Quadratula, quot latus A B habet partes.

COROLLARIUM I.

115. Si latus Quadrati fuerit 10, Area erit 100. Cum igitur decempeda in menſura lineari ſit 10 pedum, pes 10 digitorum &c. Pertica quadrata in menſura ſuperficiali 100 pedes, pes quadratus 100 digitos quadratos &c. continet.

COROLLARIUM II.

116. Datus igitur numerus facile in digitos, pedes, & perticas quadratas, reſolvitur; ſcilicet à dextra ſiniſtram verſus duæ notæ digitis, duæ pedibus reſecentur: reſiduæ enim perticis cedunt. E. gr. 119025 digiti conficiunt 11 perticas, 90 pedes, 25 digitos.

PROBLEMA XXXII.

Tab. IV. Fig. 76. 117. *Invenire Aream Rectanguli A B C D.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Menſuretur latitudo AB, item altitudo BC.

2. Ducatur illa in hanc, factum erit Area quæſita Figuræ.

E. gr. Sit AB = 3° 4′ 5″
AD = 1 2 3

10 3 5
69 0
345

4° 2′ 35″

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Problematis præcedentis.

THEOREMA XVIII.

118. *Duo Parallelogramma ABDC, & EFDC, quæ eandem baſin CD, & eandem altitudinem AC habent, ſunt inter ſe æqualia.* TAB. IV. Fig. 77.

DEMONSTRATIO.

Quoniam AC = BD, EC = FD, & AE = BF (§. 20 *Geom.*) & (§. 24 *Arithm.*); △AEC = △BED (§. 51); conſequenter, ſi utrinque Triangulum

Digitized by Google

lum B E G auferatur, ABGC=EGDF (§. 25 *Arithm.*); jam ſi utrinque addatur Triangulum CDG, erit quoque ABDC=EFDC (§. 24 *Arithm.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

119. Ergo & Triangula quæ eandem baſin, & eandem altitudinem habent æqualia ſunt.

COROLLARIUM II.

120. Triangulum itaque dimidium Parallelogrammi eſt, ſuper eadem vel æquali baſi & inter eaſdem parallelas conſtituti (§. 22).

PROBLEMA XXXIII.

121. *Invenire Aream Rhombi & Rhomboidis.*

RESOLUTIO.

Tab. IV. Fig. 78. 1. In latus AB pro baſi aſſumtum demittatur ex C perpendiculum CE (§. 69).

2. Mul-

2. Multiplicetur baſis AB, per altitudinem CE. Factum erit Area quæſita.

E. gr. Sit AB = 456″
CE = 234

	1824
	1368
	912
	$10^{\circ}67'04''$

DEMONSTRATIO.

Rhombus vel Rhomboides AB DC æquatur Rectangulo, cujus baſis AB, altitudo vero CE (§. 118. 103). Sed Area Rectanguli invenitur, ſi AB ducatur in CE (§. 117). Ergo Area Rhombi & Rhomboidis ſimiliter invenitur, ſi AB ducatur in CE. *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXIV.

122. *Invenire Aream Trianguli.*

RESOLUTIO.

1. In latus AB pro baſi aſſumtum, TAB. IV. *Fig.* 79.

tum, demittatur ex C perpendicularis CD (§. 69).

2. Inveſtigetur longitudo linearum AB, & CD, ducanturque in ſe invicem.

3. Productum dividatur per 2. Et prodibit Area Trianguli.

DEMONSTRATIO.

Multiplicando AB per CD prodit Area Parallelogrammi, cujus latera AB & CD (§. 117. 121). Sed cum Triangulum ſit hujus Parallelogrammi dimidium (§. 120); Area inventa per 2 dividenda eſt, quo Area Trianguli prodeat. *Q. E. D.*

ALITER.

Baſis AB multiplicetur per dimidiam altitudinem CD, vel etiam altitudo CD per dimidiam baſin AB. Factum erit Area Trianguli: ut ex exemplo adjecto apparet.

AB

Digitized by Google

AB = 3°4'2"	AB = 3°4'2"	½ AB = 1°7'1"
CD = 234	½ CD = 117	CD = 234
1368	2394	684
1026	342	513
684	342	342
80028	40014. ACB	40014 ACB
ACB 2) 40014. ACB.		

PROBLEMA XXXV.

123 *Invenire aream cujuſcunque Figuræ rectilineæ.* Tab. IV. *Fig.* 80.

DEMONSTRATIO.

Cum Figura quælibet ex angulo B per diagonales BE, BD, in tot Triangula reſolvatur, quot ſunt latera, demtis duobus, quemadmodum ex. gr. Pentagonum ABCDE in tria Triangula ABE, BED & BCD; inveniantur, juxta Problema præcedens, Areæ ſingulorum Triangulorum inventæque addantur.

Vel ſi duo perpendicula CF & EG ad eandem demittantur baſin, Area Trapezii EBCD una opera

reperitur, ſi vel dimidia baſis B D per ſummam altitudinum E G & C F, vel baſis integra per ſemiſummam altitudinum multiplicetur.

EXEMPLUM.

½ BD = 4°3′	½ BD = 4°3′	½ EB = 4°2′
CF = 25	EG = 45	AH = 30
215	215	△ AEB 1260′
129	172	
△ BCD 1505	△ EBD 1935	
	△ AEB 1260	
	△ BCD 1505	
Area Figuræ = 4700′		

COROLLARIUM I.

Tab. IV. *Fig.* 81. 124. Poligonum regulare ex centro circuli circumſcripti C in tot Triangula æqualia reſolvitur, quot ſunt latera. Baſes enim horum Triangulorum A B, B E, E F &c. (§. 21), item eorum crura A C, C B, C E, C F &c. ſunt inter ſe æqualia (§. 27). Ergo Triangula quoque ipſa ſunt inter ſe æqualia (§. 51). Quod ſi igitur Area unius horum Triangulorum inveniatur (§. 122) eaque per numerum laterum multiplicetur, prodibit Area Poligoni.

Ex.

Ex. gr. $\frac{1}{2}$ AB = 2°7′
DC = 29

243
54

△ ABC 783
Numerus laterum 5

Area Pentagoni = 39°15′

COROLLARIUM II.

125. Hinc Poligonum regulare æquatur Triangulo, cujus baſis peripheriæ totius Poligoni æqualis eſt, altitudo vero perpendiculo CD, ex centro C in latus unum AB demiſſo (§. 119). Tab. IV. Fig. 81. 82.

COROLLARIUM III.

126. Quod ſi latera Poligoni Circulo inſcripti infinite parva aſſumantur, in peripheriam Circuli tandem deſinent. Et tum altitudo Trianguli CD radio BC congruet. Proinde Circulus Triangulo æquatur, cujus baſis peripheriæ Circuli, altitudo vero radio æqualis eſt (§. 125).

COROLLARIUM IV.

127. Sector igitur Circuli ACB æqualis eſt Triangulo, cujus baſis, arcus AB, altitudo vero radius AC. Tab. IV. Fig. 83.

COROLLARIUM V.

128. Datis igitur peripheria & diametro Circuli, invenitur ejus Area, ſi illa in quartam hujus partem ducatur.

SCHOLION.

129. *In invenienda vera ratione diametri Circuli ad ejus peripheriam, ab omni ævo multi deſudarunt: nemini tamen hactenus ſucceſſit, ut ut noſtra præſertim ætate ars inveniendi in Matheſi in immenſum aucta fuerit. Rationem tamen haud infelici ſucceſſu in numeris prope veris, nonnulli dare conati ſunt.* Archimedes *in ſuo libello de dimenſione Circuli, propoſitione ſecunda, primus demonſtravit, rationem diametri ad peripheriam eſſe ut 7 ad 22 fere. Quoniam vero hæc ratio in Circulis majoribus in exceſſu peccat, alii accuratiorem inveſtigarunt. Nemo autem plus operæ impendit* Ludolpho *à* Ceulen, *qui tandem reperit, poſita diametro Circuli* 100 000 000 000 000 000 000 *peripheriam eſſe* 314 159 265 358 979 323 846 *fere.*

Enimvero quoniam hi numeri nimis prolixi, quo minus per eos calculus inſtitui poſſit, adhibentur tantum utrinque tres notæ priores, & ratio diametri ad peripheriam Circuli ponitur ut 100 *ad* 314:*in qua* Ptolomæus, Vieta, Hugenius, *cum* Ludolpho à Ceulen *conſentiunt.*

Pro-

Digitized by Google

Proportio, quam Adrianus Metius, *tradit, inter omnes quæ parvis numeris exprimuntur, accuratiſſima, ut* 113 *ad* 355: *demonſtratio ſequitur infra in Trigonometria. Quod vero omnes diametri ad ſuas peripherias eandem rationem habeant, facile concipi poteſt. Nam ſi in diverſis Circulis ratio peripheriarum ad diametros diverſa foret, per eam diſtingui poſſent, ac proinde minime ſimiles forent, contra ſuperius demonſtrata* (§. 34).

THEOREMA XIX.

130 *Area Circuli eſt ad quadratum ſuæ diametri ut* 785 *ad* 1000 *quam proxime.*

DEMONSTRATIO.

Nam poſita diametro 200 partium, erit peripheria 314 (§. 129), adeoque Area Circuli 7850 (§. 128), Quadratum vero diametri 10000 (§. 114): conſequenter Area ad Quadratum ut 7850 ad 10000, hoc eſt, dividendo utrinque per 10, ut 785 ad 1000 (§. 59 *Arithm.*). *Q. E. D.*

Digitized by Google

THEOREMA XX.

131. *Areæ Circulorum ſunt inter ſe ut Quadrata diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Area Circuli unius, eſt ad Quadratum ſuæ diametri, ut Area Circuli alterius ad Quadratum ſuæ diametri, (§. 129. 130). Ergo erit quoque Area Circuli unius, ad Aream Circuli alterius, ut Quadratum diametri unius ad Quadratum diametri alterius (§. 83 *Arithm.*). *Q. E. D.*

PROBLEMA XXXVI.

132. *Data diametro Circuli invenire peripheriam.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 100, 314 & diametrum datam, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm*). Qui eſt peripheria quæſita (§. 129),

Ex.

Ex. gr. Sit diameter 56‴. Dic.

100 — 314 — 56
56
―――
1884
1570
―――
17° 5′ 8″ 4‴ Peripheria Circuli.

PROBLEMA XXXVII.

133. *Data peripheria Circuli* (17584‴) *invenire diametrum.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad 314, 100 & datam peripheriam 17584‴ numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*). prodibit 56 diameter quæſita (§. 129).

314 — 100 — 17584
100
―――
1758400

18
202
1758400 — (5° 6′ 0″ 0‴ diameter
31111
311
33

PROBLEMA XXXVIII.

134. *Data diametro (vel peripheria) Circuli, invenire Aream ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur primo peripheria (§. 132) vel diameter (§. 133).
2. Ducatur peripheria, in quartam diametri partem (§. 128).

E. gr. Sit diameter 5600‴, erit peripheria 17584‴, conſequenter Area circuli 24617600‴.

ALITER.

Ducatur diameter (56′) in ſeipſam, & quæratur ad 1000, 785, & Quadratum diametri inventum 3136, numerus quartus proportionalis 246176″ (§. 85 *Arithm.*); quo facto habetur Area Circuli quæſita (§. 130.)

PROBLEMA XXXIX.

135. *Data Area circuli invenire diametrum.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 785, 1000, & Aream Circuli datam 246176 numerus quartus proportionalis 313600 (§. 85 *Arithm.*).

2. Inde extrahatur radix quadrata 560 (§. 77 *Arithm.*), quæ eſt diameter quæſita (§. 130).

COROLLARIUM.

136. Quam primum diameter innotuerit peripheria quoque reperietur, per Problema 36 (§. 132).

PROBLEMA XL.

137. *Dato radio circuli A C (6′) una cum quantitate arcus A B (6. gr.) invenire Aream Sectoris A B C.* TAB. IV. Fig. 83.

RESOLUTIO.

1. Quæratur ad 100, 314 & radium A C numerus quartus proportionalis 1884‴. (§. 85 *Arithm.*): qui

 eſt

eſt ſemiperipheria (§. 132 *Geom.* & §. 59. *Arithm.*).

2. Quæratur porro ad 180°, arcum datum 6°, & ſemiperipheriam inventam 1884‴ numerus quartus proportionalis $62\frac{4}{5}$ (§. 85 *Arithm.*); qui arcum A B in lineis exhibebit.

3. Ducatur hic numerus in ſemiradium 300‴, factum exprimet Aream Sectoris A B C 18840‴ (§. 122. 127).

THEOREMA XXI.

Tab. IV. Fig. 84. 138. *Duo Parallelogramma A B D C & B E F D ejuſdem altitudinis A C ſunt inter ſe ut baſes C D & D F: contra ſunt, ut eorum altitudines, ſi baſes æquales fuerint.*

DEMONSTRATIO.

Area Parallelogrammi A D habetur, ſi baſis ejus C D per A C multiplicetur; Area vero Parallelogrammi B F, ſi baſis ejus D F, per A C multiplicetur (§. 117.). Adeoque hæc duo Parallelogramma

Digitized by Google

ma ſunt ut facta ex A C in C D, & ex A C in D F, id eſt, ut C D ad D F (§. 59 *Arithm.*): *Quod erat primum.*

Nec abſimili modo demonſtratur, Parallelogramma æquales baſes habentia, eſſe inter ſe ut altitudines: *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

139. Quoniam quodlibet Triangulum conſiderari poteſt ut dimidium alicujus Parallelogrammi (§. 120); etiam Triangula ejuſdem altitudinis erunt inter ſe ut baſes; & quæ ſuper eadem vel æquali baſi, ut altitudines.

PROBLEMA XLI.

140. *Parallelogrammum A B E C ex dato puncto D in duas partes æquales dividere.* TAB. V. Fig. 85.

RESOLUTIO.

Fiat E F = A D & ducatur recta D F, erunt Trapezia A D F C & D B E F æqualia.

D E-

DEMONSTRATIO.

Triangula ABC & BCE ſunt æqualia (§. 102). Quia AB ipſi EC æqualis & parallela (§. 103) & EF = AD, erit $o = x$, $= y = u$ (§. 72) & FC = DB (§. 25 *Arithm.*). Ergo △ DBG = △ GCF (§. 50); conſequenter Trapezium ACFD æquale Trapezio DFEB (§. 24. 25 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLII.

141. *Data Area Trianguli (36'), una cum ejus baſi (18'); invenire altitudinem.*

RESOLUTIO.

Area Trianguli (36') per baſin dimidiam (9') dividatur, quotus (4') eſt altitudo (§. 122).

PROBLEMA XLIII.

Tab. V. Fig. 86.

152. *Figuram rectilineam quamcun-*

cunque in quotlibet partes æquales dividere.

DEMONSTRATIO.

1. Quæratur Area Figuræ (§. 123) & dividatur in tot partes æquales in quot Figura dividi debet e. gr. in tres.

2. Area Trianguli AED ſubtrahatur à triente Figuræ, & reſiduum dividatur per $\frac{1}{2}$ AD; erit quotus altitudo Trianguli ADI priori AED addendi, quo AEDI triens Figuræ fiat (§. 141)

3. Intervallo hujus altitudinis ducatur parallela ipſi AD (§. 67), quæ ſecabit AB in I: quo puncto dato recta DI duci poterit.

4. Dimidium trientis Figuræ dividatur per $\frac{1}{2}$ DI; quotus erit altitudo Trianguli DIK, Sextans Figuræ

5. Intervallo hujus altitudinis agatur ipſi ID parallela, ut habeatur punctum K.

6. Sextans totius Figuræ dividatur

tur per $\frac{1}{2}$ D K & intervallo quoti, denuo agatur ipſi D K parallela, quo punctum L reperiatur, & recta K L duci poſſit quæ alteram partem D I K L reſecabit, ſimulque tertiam L K B C determinabit.

E. gr. Sit AD 516″, A C 580″, EH 154″, BG 315″ DF 375″; erit AED 39732″, ABC 95350″, ADC 108750″, adeoque Area integra 239832″, triens 79944″, Sextans 39972″, altitudo △li DI A 156″, △li DIK 151″ & △li DKL 139″.

SCHOLION.

143. *Perfecta diviſione in charta; puncta I, K & L per quantitatem rectarum A I, IK & D L in Campo facile determinantur.*

THEOREMA XXII

Tab. V. Fig. 87. 114. *In Triangulo rectangulo A B C Quadratum A C F G lateris maximi A C, æquale eſt ſummæ Quadratorum B C E D, & A B I H reliquorum laterum B C & A B.*

DEMONSTRATIO.

Ducantur rectæ A E & B F, itemque

que BK ipſi AG parallela (§. 67). Quoniam Triangulum BCF cum Rectangulo LCFK ſuper eadem baſi CF & inter eaſdem parallelas CF & BK exiſtit, hujus ſemiſſis erit (§. 120). Pari modo quoniam Triangulum ACE cum Quadrato BCED, ſuper eadem baſi CE, & inter eaſdem parallelas AD & CE exiſtit, hujus ſemiſſis eſt (§. 120). Sed CF = AC, & BC = CE (§. 20), & angulus ACE angulo BCF æqualis (§. 24 *Arithm.*), quia nempe ACF = BCE = 90° (§ 20. 37). Ergo tota Triangula ACE & BCF (§. 49), conſequenter etiam Quadratum BDEC & Rectangulum LCFK æqualia ſunt (§. 26 *Arithm.*).

Jam cum eodem modo oſtendatur, quod Quadratum AHIB Rectangulo ALKG æquale ſit; manifeſtum eſt, Quadrata AHIB & BCDE ſimul ſumta eſſe Quadrato AGFC æqualia, *Q. E. D.*

SCHOLION.

145. *Hoc Theorema ab ejus Inventore* Pythagora

thagora *Theorema Pythagoricum*, *&* *ob ejus per Matheſin univerſam*, *uſum ampliſſimum à nonnullis Magiſter Matheſeos appellatur.*

PROBLEMA XLIV.

146. *Quadratum conſtruere duobus aut pluribus ſimul ſumtis æquale.*

RESOLUTIO.

Tab. V. Fig. 88. 1. Latera duorum Quadratorum AB & BC jungantur ad angulos rectos (§. 70. 89).

2. Ducatur recta AC, quæ erit latus Quadrati, quod duobus aliis ſimul ſumtis æquale (§. 144.).

3. Super latere Quadrati tertii CD erigatur normaliter CE = AC.

4. Ducatur recta DE, quæ erit latus Quadrati quod tribus reliquis Quadrati ſimul ſumtis æquale erit, (§. 144), & ita porro.

THEOREMA XXIII.

147. *Si in Figuris rectilineis anguli homologi æquales ſunt, & rectæ quæ*

eos

Digitized by Google

eos intercipiunt, utrobique eandem habent rationem; Figuræ ſunt ſimiles: & ſi Figuræ ſimiles ſunt; anguli & latera dicto modo ſe habent.

DEMONSTRATIO.

Figuræ rectilineæ diſtingui nequeunt niſi per quantitatem angulorum homologorum, & rationem eos intercipientium laterum, nihil enim præter hæc in eis diſtincte cognoſci poteſt. Proinde ſi anguli æquales ſunt & latera, quæ eos intercipiunt, eandem rationem habent, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. Ergo ſimiles ſunt (§. 4). *Quod erat primum.*

Si duæ Figuræ ſimiles ſunt, ea coincidunt, per quæ à ſe invicem diſcerni debent. (§. 4).

Sed Figuræ rectilineæ per quantitatem angulorum homologorum & rationem laterum quæ eos intercipiunt, diſtinguntur. Ergo quantitas angulorum

& ratio laterum utrinque eadem eſſe debent. *Quod alterum.*

THEOREMA XXIV.

Tab. V. Fig. 89. 148. *Si in duobus Triangulis B A C & D F E fuerit B = D & C = E; erit B A: A C = D F: F E & A B: B C = F D: D E: & contra, ſi latera proportionalia, anguli homologi quoque æquales erunt.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & C = E, & ex duobus angulis datis & latere uno Triangulum conſtrui poteſt (§. 60); Triangula B A C & D F E eodem modo generantur, adeoque ſimilia ſunt (§. 33); conſequenter B A : A C = F D: F E & A B : B C = F D : D E (§. 147). *Quod erat primum.*

Quoniam in caſu altero, tria latera unius Trianguli proportionalia ſunt tribus lateribus alterius, & ex tribus lateribus conſtrui poteſt Triangulum (§. 55); Trian-

angula ABC & DFE eodem modo generantur, adeoque ſimilia ſunt (§. 33), conſequenter anguli homologi æquales (§. 147). *Quod erat alterum.*

THEOREMA XXV.

149. *Si in Triangulo ABC recta DE baſi BC parallela ducatur, erit AD ad AE, ut AB ad AC, & ut BD ad EC, item AD : DE = AB : BC.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam DE parallela ipſi BC; erit $o = x$ & $u = y$ (§. 72), hinc AD : AE = AB : AC, & AD : DE = AB : BC (§. 148); conſequenter ob AD : AB = AE : AC (§. 83 *Arithm.*), AD : AE = BD : EC *Q. E. D.* Tab. V. Fig. 89.

PROBLEMA XLV.

150. *Datis duabus lineis AC & AB tertiam proportionalem invenire.* Tab. V. Fig. 50.

RESOLUTIO.

1. Fiat pro lubitu angulus E A D. &

2. Ex A in C transferatur linea A C; ex A in B, item ex C in E linea A B.

3. Ducatur ex B ad C recta C B & ex E recta D E parallela ipſi C B, quod peragitur, ſi angulus E angulo C æqualis ſit (§. 73); erit B D tertia proportionalis quæſita (§. 149).

PROBLEMA XLVI.

Tab. V. Fig. 91. 151. *Datis tribus lineis A B, A C & B D invenire quartam proportionalem.*

RESOLUTIO.

1. Ducatur pro arbitrio angulus E A D.

2. Ex A in B transferatur linea A B, ex A in C linea A C, & ex B in D linea B D.

3. Ex B ad C ducatur recta, &

4. Ex

4. Ex D alia DE parallela ipſi CB, ut in Problemate præcedente: erit CE quarta proportionalis quæſita (§. 149).

THEOREMA XXVI.

152. *Si in duobus Triangulis ABC & FDE, fuerit B = D & AB : BC = FD : DE, erit quoque A = F & C = E, & BA : AC = DF : FE.* Tab. V. Fig. 89.

DEMONSTRATIO.

Quoniam B = D & AB : BC = FD : DE, & ex duobus lateribus cum angulo intercepto Triangulum conſtrui poteſt (§. 58); Triangula ABC & FDE eodem modo generantur, adeoque ſimilia ſunt (§. 33); conſequenter A = F, C = E & BA : AC = DF : FE (§. 147). *Q. E. D.*

SCHOLION.

153. *Theoremata de ſimilitudine Triangulorum ſunt ex utiliſſimis in univerſa Matheſi, & ad plurima perducunt inventa, quæ in*

 illa

illa haberi poſſunt. Potiſſima quoque Geometriæ Praxis in Campo, iis innititur, ut mox pluribus patebit.

PROBLEMA X.

TAB. V. Fig. 92. 154. *Datam rectam in quotcunque partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

1. In rectam CD pro arbitrio aſſumtam transferantur tot partes æquales, in quot data dividenda, e. gr. quinque.

2. Super CD conſtruatur Triangulum æquilaterum CED (§. 53).

3. Ex E in A transferatur recta data, itidemque ex E in B.

4. Tandem agatur ex vertice Trianguli E verſus primum diviſionis punctum recta EG; erit AF pars quinta lineæ datæ AB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam EA : EB = EC : ED, erit A = C & EA : AB = EC : CD

CD (§. 152). Sed EC = CD: ergo EA = AB. Proinde AB æqualis rectæ datæ. Quare cum ſit porro EA : AF = EC : CG (§. 148), hoc eſt, AB: AF = CD : CG, & CG = $\frac{1}{5}$ CD, erit etiam AF = $\frac{1}{5}$ AB (§. 53 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA XLVIII.

155. *Rectam datam in ea proportione ſecare, in qua alia CD ſecta fuit.* TAB. V. Fig. 98.

RESOLUTIO.

1. Super linea ſecta CD conſtruatur Triangulum æquilaterum (§. 53).
2. Ex E in A & B tranferatur linea data, erit AB æqualis datæ.
3. Ex vertice Trianguli E ad puncta diviſionum G, I ducantur rectæ EG, EI. Hæ lineam datam AB ſecabunt in F & H in debita proportione.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ Problematis præcedentis.

SCHOLION.

156. *Problematis hujus uſus ampliſſimus eſt in Architectura, tam civili quam militari, præſertim ubi Ichnographiæ vel ampliandæ vel contrahendæ.*

PROBLEMA XLIX.

157. *Parallelogrammum atque Triangulum in quotcunque partes æquales dividere.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. Fig. 106. 107. 1. Dividatur baſis CD vel CB in tot partes æquales, in quot figura dividenda (§. 154).

2. Ex punctis diviſionum 1. 2. ducantur in caſu primo, cum altero latere AC parallelæ 1. 1. & 2. 2 (§. 67), in caſu altero rectæ uſque ad verticem Trianguli A1 & A2. Quo facto utraque

que Figura in partes æquales diviſa eſt (§. 138. 139).

PROBLEMA L.

158. *Inter duas Lineas A B & B E mediam proportionalem invenire.* Tab. VI. Fig. 108.

RESOLUTIO.

1. Jungantur lineæ datæ A B & B E in directum, dividaturque A E bifariam in C (§. 90).

2. Ex C intervallo ipſius A C deſcribatur ſemicirculus.

3. Ex B erigatur perpendicularis B D (§. 70). Hæc eſt media proportionalis quæſita.

DEMONSTRATIO.

Angulus A D E eſt rectus (§. 86): A B D eſt etiam rectus (§. 18), angulus D A B utrique Triangulo D A B & D A E communis. Ergo angulus A D B æqualis eſt angulo D E B (§. 78). Sed in Triangulo D E B angulus D B

E eſt etiam rectus (§. 18). Ergo A B eſt ad B D ut B D ad B E (§. 148). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

159. Quod ſi aliqua Linea pro unitate aſſumatur, & exinde numerus datus per aliam lineam exprimatur, per præſens Problema auxilio Scalæ Geometricæ, Radix quadrata extrahi poteſt (§. 74 *Arithm.*).

SCHOLION II.

160. *Eodem prorſus modo per Problema* 46 (§. 151). *Regula trium in lineis abſolvi poteſt.*

PROBLEMA LI.

Tab. VI. Fig. 109. 161. *Data chorda alicujus arcus A B una cum ejus altitudine D F, invenire diametrum E D & per conſequens centrum Circuli C.*

RESOLUTIO & DEMONSTRATIO.

1. Quæratur ad F D & F B tertia pro-

proportionalis (§. 85 *Arithm.*), ut habeatur EF (§. 158).

2. Ad FE ſi addatur altitudo arcus DF, habetur diameter ED, quæ

3. Bifariam ſecetur, ut habeatur radius EC & per conſequens centrum C.

E. gr. Sit DF 8′ 3″ FB 1°6′6″

83 — 166 — 166
166   1
―――――
996   22
996   366
166   27556
―――
27556   8333
         88

332″ EF
83 DF
―――
415″ ED
2) 2075‴ EC

SCHOLION.

162. *Hoc Problema in Architectura civili uſum habet, cum aperturæ januarum & feneſtrarum arcubus includendæ.*

PROBLEMA LII.

163. Data chorda alicujus arcus AB & ejus altitudine DF, invenire Aream ſegmenti ADBFA.

RESOLUTIO.

Tab. VI. *Fig.* 109. 1. Quæratur primo diameter D E (§. 161).

2. Deſcribatur Circulus & in eo applicetur chorda A B.

3. Ope Tranſportatoris menſuretur angulus A C B (§. 43.)

4. Tum inveſtigetur Area Sectoris A C B D A (§. 137). &

5. Ex data chorda A B & differentia F C inter altitudinem arcus D F & radium D C, Area Trianguli A C B (§. 122).

6. Tandem Triangulum A C B ex Sectore A C B D A ſubtrahatur, reſiduum erit ſegmentum A D B F A.

Ex gr. Sit A B 600''', D F 80'''; erit D E 1205''', arcus A B 60°, Ergo Area Sectoris ACBDA 189973'''. Jam cum F C 522''', A F 300'''; erit △ A C B 156600''', conſequenter Segmentum AFBDA 33373'''.

PROBLEMA LIII.

Tab. V. *Fig.* 94. 164. *Scalam Geometricam conſtruere.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. Ducatur recta AE, & in eam transferantur partes 10 æquales arbitrariæ magnitudinis ex A in B, & ulterius intervallum AB, quoties libuerit.

2. In A excitetur perpendicularis AC arbitrariæ longitudinis in partes 10 æquales diviſa (§. 70).

3. Per ſingula diviſionum puncta agantur parallelæ cum AE (§. 67). &

4. In ultimam CD tranferantur partes 10 partibus ipſius AB æquales.

5. Superius 10 & inferius 9, ſuperius 9 & inferius 8, ſuperius 8 & inferius 7, ſuperius 7 & inferius 6 &c. rectis connectantur.

Dico, ſi AB fuerit decempeda, fore partes B1. 1. 2. 2. 3 &c. pedes: contra 9. 9 digitum unum, 8. 8 digitos duos, 7. 7 tres, 6. 6 quatuor &c.

DE-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Quoniam 10 pedes conficiunt decempedam (§. 9), evidens eſt, quod partes in recta A B ſint pedes. Eſſe vero 9. 9 digitum unum, 8. 8 duos, 7. 7 tres &c. demonſtratur ita. Quia 9. 9 eſt parallela ipſi C 9, erit ut A 9 ad A C, ita 9. 9 ad C 9 (§. 149). Quare cum ſit A $9 = \frac{1}{10}$ A C, erit 9. $9 = \frac{1}{10}$ C 9, adeoque digitus (§. 9) &c. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

165. Quod ſi ergo circinus collocetur in tertia vel ſeptima linea & aperiatur eo uſque, donec rectam infra ex pede quinto ductam attingat; habentur 5 pedes & inſuper 3 vel 7 digiti, & ſic porro.

PROBLEMA LIV.

Tab. V. Fig. 95. 166. *Metiri diſtantiam duorum locorum A & B, ex eodem tertio D acceſſorum.*

RESO-

RESOLUTIO.

1. In menſula Geometrica in D horizontaliter collocata aſſumatur punctum *c*.

2. Ex hoc puncto collineetur Dioptras verſus A, ducaturque recta *c a*.

3. Similiter collineetur verſus B, ducaturque recta *c. b*.

4. Menſurentur decempeda lineæ *c* A & *c* B, quæ

5. Ex Scala Geometrica (§. 164) transferantur ex *c* in *a* & *b*.

6. Tandem ſuper eadem Scala menſuretur linea *a b*, quæ indicabit diſtantiam quæſitam A B.

DEMONSTRATIO.

Quia angulus *c* utrique Triangulo *acb* & A*c*B communis, & latera, quæ eum intercipiunt, proportionalia ſunt; inferre licet, ut *ca* ad *c* A ita *ab* ad A B (§. 152). Sed *ca* totidem continet partes Scalæ ſeu menſuræ

ræ

Digitized by Google

ræ minoris quot *c* A majoris: ergo etiam *a b* totidem menſuræ minoris partes continebit, quot partes A B continebat majoris menſuræ, qua in Campo uſus es. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Collocato Inſtrumento Goniometrico in D, menſuretur angulus A *c* B (§. 43).

2. Menſurentur quoque lineæ *c* A & *c* B (§. 44).

3. Ope tranſportatoris & Scalæ Geometricæ conſtruatur Triangulum *a c b* (§. 58).

4. Super Scala Geometrica (164) menſuretur linea *a b*: ita innoteſcet, quot decempedas, pedes atque digitos A B contineat.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum proxima præcedente.

PROBLEMA LV.

Tab. V. Fig. 96. 167. Invenire diſtantiam duorum loco-

locorum A & B quorum tantum unus A acceſſibilis eſt,

RESOLUTIO.

1. Menſula Geometrica in ſtatione ad arbitrium electa C, collocata, per Dioptras collineetur ex puncto *c* ad utrumque locum A & B.

2. Quæratur diſtantia ſtationis C à loco acceſſo A.

3. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur ex *c* in *a*.

4. Transferatur menſula in A ita ut punctum *a* ipſi A immineat & per Dioptras regulæ ad *a c* applicatæ baculus in C defixus conſpiciatur.

5. Mox per illas collineetur ex *a* in B ducaturque recta *a b*.

6. Denique in Scala Geometrica (§. 164), capiatur intervallum ipſius *a b*; ita diſtantia quæſita A B innoteſcet.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus $c = C$ & $a = A$;

Digitized by Google

erit *a c* ad A C ut *a b* ad A B (§. 148). Sed linea *a c* totidem continet partes Scalæ Geometricæ, ſeu menſuræ minoris quot linea A C menſuræ majoris: ergo etiam *a b* totidem partes Scalæ Geometricæ, ſeu menſuræ minoris continere debet, quot A B menſuræ majoris continet. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Inſtrumento Goniometrico menſurentur, anguli C & A (§. 43), itemque longitudo ipſius A C (§. 44).

2. Conſtruatur ex his datis ope Tranſportatoris & Scalæ Geometricæ Triangulum *a c b* (§. 60).

3. Secundum Scalam Geometricam menſuretur linea *a b* & innoteſcet diſtantia quæſita A B.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, cum proxime præcedente.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA LVI.

168. *Metiri diſtantiam duorum locorum inacceſſorum A B.* Tab. V. Fig. 97.

RESOLUTIO.

1. Duabus ſtationibus in C & D electis, in prima C collocetur menſula, in altera defigatur baculus.

2. Ex puncto *c* per Dioptras collineetur ad baculum D, itemque ad B & A, eoque verſus ducantur ſuper menſula rectæ.

3. Menſuretur diſtantia ſtationum C D (§. 44.) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur in menſulam ex *c* in *d*.

4. Baculo in C defixo menſula ita collocetur in D, quo punctum *d* ipſi D immineat, collimantique per Dioptras regulæ ad *c d* applicatæ, baculus in C occurrat.

5. Collimetur porro ex *d* ad A & B, ducanturque ſuper menſula rectæ *d a* & *d b*.

6. Tandem ſuper Scala Geome-

trica (§. 164) menſuretur *ab*, hoc modo innoteſcet diſtantia quæſita AB.

DEMONSTRATIO.

Quoniam angulus *d* utrique Triangulo *dcb* & DCB communis, & angulus *c* angulo C æqualis; erit *cd* ad CD ut *bc* ad BC (§. 148). Rurſus quia per eandem rationem Triangulum *acd* Triangulo ACD ſimile; erit *cd* ad CD ut *ac* ad AC (§. 148); conſequenter etiam *bc* ad BC ut *ac* ad AC (§. 57 *Arithm.*). Jam cum præterea angulus *acb* angulo ACB æqualis ſit, erit *ab* ad AB ut *ac* ad AC (§. 152), vel *cd* ad CD (§. 57 *Arithm.*). Quoniam vero totidem partes reſpondent rectæ *dc* in Scala Geometrica, quot rectæ DC in menſura majore: ipſi quoque *ab* totidem reſpondere debent partes, in Scala Geometrica, quot ipſi AB in menſura majore, qua in Campo uſus es. *Q. E. D.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO ALIA.

1. Ex prima ſtatione C menſurentur anguli x & y, & ex ſtatione D anguli z & w (§. 43) quorum ſummæ dant angulos A C D & B D C. Tab. VI. Fig. 98.

2. Menſuretur porro diſtantia ſtationum C D (§. 44): quæ

3. Juxta Scalam Geometricam transferatur in chartam, & ope angulorum x & $z + w$ conſtruatur Triangulum B C D, & ope angulorum z & $x + y$ alterum A C D (§. 60).

4. Tandem in Scala Geometrica metire lineam A B, ita innoteſcet diſtantia quæſita.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt cum proxime præcedente.

SCHOLION.

169. *Simili methodo reperiuntur diſtantiæ plurium locorum ſimul, ſi nimirum ex duabus Stationibus ad ſingula collimetur.*

Digitized by Google

PROBLEMA LVII.

Tab. V. Fig. 99.

170. *Altitudinem acceſſam A B metiri.*

RESOLUTIO.

1. Statione in D electa, menſula verticaliter erigatur, ita ut latus ipſius inferius ſit horizonti parallelum: id quod haud difficulter obtinetur ope perpendiculi.

2. Regula cum Dioptris ad illam horizontaliter applicata collimetur verſus locum, cujus altitudo quæritur, ducaturque recta *c* E.

3. Circa punctum *c* vertatur regula donec oculo per Dioptras tranſpicienti apex altitudinis A occurrat, ducaturque in menſula recta *c b*.

4. Menſuretur diſtantia ſtationis ab altitudine C *c* (§. 44) &

5. Ex Scala Geometrica (§. 164), transferatur in menſulam ex *c* in E.

6. In E erigatur perpendiculum E *b* (§. 70), quod

7. Ad

7. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicatum, partem altitudinis A C manifeſtat.

8. Huic addatur altitudo B C, Summa eſt altitudo quæſita A B.

DEMONSTRATIO.

Angulus *c* eſt utrique Triangulo E *c b* & C *c* A communis: anguli ad E & C ſunt recti: adeoque erit *c* E ad *c* C ut *b* E ad A C (§. 148.). Sed E *c* totidem continet partes Scalæ Geometricæ quot *c* C menſuræ majoris. Ergo etiam E *b* totidem partes Scalæ Geometricæ quot A C majoris menſuræ, qua in campo uſu es, contineat neceſſe eſt. *Q. E. D.*

RESOLUTIO ALIA.

1. Menſuretur angulus E (§. 43) & diſtantia ſtationum A D vel C E (§. 44.) Tab. VI. *Fig.* 100.

2. Conſtruatur ex his datis Triangulum rectangulum *e b c* (§. 60).

3. Menſuretur altitudo *b c* ſuper

Scala Geometrica, & prodit altitudo B C.

4. Huic addatur altitudo inſtrumenti, ſumma eſt altitudo A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum præcedente.

SCHOLION.

171. *In omnibus his reſolutionibus ſupponitur linea A D horizontalis: Stante enim Inſtrumento in altiore vel humiliore loco, quam eſt altitudo B A ſita; conſultum eſt, ut angulus C E A, quoque menſuretur, & Triangulum C E A juxta Scalam in Charta conſtruatur.*

PROBLEMA LVIII.

Tab. VI. Fig. 101. 172. *Altitudinem inacceſſam A B metiri.*

RESOLUTIO.

1. Duabus Stationibus in D & E electis, collineetur ut in Problemate præ-

Digitized by Google

præcedente, ad apicem A & punctum C, in ſtatione prima D.

2. Menſuretur diſtantia ſtationum E D (§. 44) & ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex puncto f, quod ipſi D imminere debet, in e.

3. Translata menſula in E, ita ut punctum e ipſi E immineat, collineetur ſicut ante ad baculum in D defixum & apicem A.

4. Ubi recta $c\,a$ rectam $f\,a$ interſecat, demittatur $a\,c$ ad $f\,c$ perpendicularis (§. 69), quæ

5. Ad Scalam Geometricam (§. 164) applicata dabit altitudinem A C.

6. Huic addatur altitudo B C, ſumma eſt altitudo deſiderata A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonſtratione Problematis præcedentis.

RESOLUTIO ALIA.

Menſuretur in ſtatione D angulus Tab. VI. *Fig.* 101. 102.

f & in altera E angulus *e* (§. 43), & diſtantia ſtationum E D (§. 44), hæc

2. Transferatur in chartam juxta Scalam Geometricam (§. 164).

TAB. VI. Fig. 102. 3. In ea ope angulorum *e* & *f* conſtruatur triangulum *f e a* (§. 60).

4. Demittatur ex *a* in baſin *f e* continuatam in *c*, perpendicularis *a c* (§. 69).

5. Tandem ſuper Scala Geometrica (§. 164) menſuretur *a c*, eique addatur altitudo Inſtrumenti, quo quantitas angulorum explorata fuit, vel obſerventur, quæ (§. 171) dicta ſunt: ita prodibit altitudo quæſita A B.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonſtratione Problematis præcedentis.

PROBLEMA LIX.

TAB. VI. Fig. 103. 173. *Figuræ cujuſvis rectilineæ A B C D E quæ permeari poteſt Ichnographiam perficere.*

RE-

RESOLUTIO.

Menſurentur longitudines ſingulorum laterum AB, BC, CD, DE, EA; itemque diagonalium AC & AD; quo facto figura juxta Scalam Geometricam (§. 164) in charta delineari poteſt (§. 111).

DEMONSTRATIO.

Ichnographice Figuram deſcripturus parvam Figuram ita deſcribere debet, ut ejus ſinguli anguli ſint æquales ſingulis angulis Figuræ majoris, & latera inter ſe ut latera hujus. Quod ſi ergo pro quovis latere Triangulorum ABC, ACD, ADE, ſuper Scala tot partes aſſumantur, quot in ſolo cuivis lateri reſpondent, erunt latera Figuræ parvæ, inter ſe ut latera figuræ magnæ. Exiſtentibus enim AB e. gr. 6 & BC 7 in ſolo, erit etiam in charta AB 6, & BC 7: conſequenter erit AB ad BC utrinque ut 6 ad 7: anguli igitur Figuræ parvæ æquales ſunt angulis Figuræ ma-

magnæ (§. 148). Quoniam vero anguli Figuræ, cum angulis Triangulorum coincidunt, oportet ut ſinguli anguli Figuræ parvæ æquales ſint ſingulis angulis Figuræ magnæ. Q. E. D.

ALITER.

Tab. VI. *Fig.* 104.

1. Menſula intra Figuram poſita eligatur punctum F.

2. Ex F collineetur in baculos, in ſingulis Figuræ angulis A, B, C, D, E defixos, ducanturque rectæ F *a*, F *b*, F *c*, F *d*, F *e*.

3. Menſurentur lineæ F A, F B, FC, FD, FE (§. 44).

4. Inde determinentur lineæ F *a*, F *b*, F *c*, F *d*, F *e* juxta Scalam (164).

5 Tandem ducantur rectæ *a b*, *b c*, *c d*, *e d* & *e a*; ita Figura quæſita terminabitur.

DEMONSTRATIO.

In Triangulo *a* F *b* eſt F *a* ad F *b* ut F A ad F B in Triangulo A F B, &

& angulus F eſt utrique Triangulo communis: ergo eſt quoque F*b*, ad FB ut *ba* ad BA (§. 152). Eodem modo oſtenditur eſſe F*b* ad FB ut *bc* ad BC; conſequenter etiam *ba* ad *bc* ut BA ad BC (§. 57 *Arithm.*). Eſt vero etiam angulus ABC æqualis angulo *abc* (§, 152). Quare cum eadem ratione demonſtretur eſſe reliquos angulos *c*, *d*, *e*, *a* æquales angulis C, D, E, A atque reliqua latera inter ſe ut latera CD, DE, EA; patet, Ichnographiam Figuræ majoris eſſe perfectam. Q. E. D.

ALITER.

1. Ex F menſurentur anguli AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 43). Item lineæ FA, FB, FC, FD & FE (§. 44).

2. Transferantur anguli in chartam (§. 48) itemque lineæ juxta Scalam Geometricam (§. 164).

3. Ducantur rectæ *ab*, *bc*, *cd*, *ed*, & *ea*; ita Figura deſiderata terminabitur.

DE-

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ proxime præcedens.

PROBLEMA LX.

Tab. VI. Fig. 105. 174. *Ichnographiam figuræ ABCDE perficere quæ ex duabus Stationibus A & B tota videri poteſt.*

RESOLUTIO.

1. Poſita menſula in A, collimetur ad omnes figuræ angulos B, C, D & E, ducanturque rectæ verſus eos ex puncto A.

2. Menſuretur diſtantia ſtationum A B (§. 44) & in menſulam ex Scala Geometrica (§. 164) transferatur ex A in *b*.

3. Menſula ex A transferatur in B, ita ut punctum *b* ipſi B reſpondeat collimantique per Dioptras regulæ ad lineam *b* A applicatæ baculus in A defixus occurrat, tum

4. Collimetur ex puncto B verſus ſin-

ſingulos figuræ angulos, & verſus eos rectæ ducantur, quæ priores in *e*, *d*, *c* interſecant.

5. Tandem ducantur rectæ *ed*, *dc*, quo facto Ichnographia erit perfecta.

DEMONSTRATIO.

Eadem fere eſt, quæ Problematis 56 (§. 168).

ALITER.

Ex A menſurentur anguli CAB, DAC, EAD, itemque ex B anguli EBA, DBE, CBD (§. 43), ut & ſtationum diſtantia AB (§. 44).

2. In charta deſignetur linea *ab*, & in eam transferatur ex Scala Geometrica (§. 164) longitudo Lineæ AB.

3. In *bac*, *cad*, *dae* transferantur anguli CAB, DAC & EAD: in *abe*, *ebd*, *dbc* autem anguli ABE, EBD, DBC (§. 48).

4. Tandem puncta *a*, *e*, *d*, *c*, *b* rectis

rectis connectantur: quo facto Figuræ propoſitæ, Ichnographia erit abſoluta.

DEMONSTRATIO.

Coincidit denuo cum demonſtratione Problematis 56 (§. 168).

PROBLEMA LXI.

175. *Ichnographiam Figuræ ABCDE perficere, quam totam circumire licet.*

RESOLUTIO.

Tab. VI. Fig. 105. 1. Menſula in A collocata collimetur in baculos in B & E defixos, ut angulus BAE ſeu *bae* in eadem deſignari poſſit.

2. Menſuretur utraque recta AB & AE (§. 44) atque juxta Scalam transferantur in menſulam ex *a* in *b* & *e* (§. 164).

3. Menſula in B transferatur ita ut punctum *b* puncto B congruat, exinde

exinde retro collimetur in A ut & in C, quo angulus CBA in menſula deſignari poſſit.

4. Menſuretur Linea BC (§. 44) & transferatur in menſulam ex *b* in *c* (§. 164).

5. Hoc modo totam Figuram circumeundo, Ichnographia tandem abſolvetur.

DEMONSTRATIO.

Singuli enim anguli Figuræ minoris, ſunt æquales ſingulis angulis Figuræ majoris, & latera illius ſunt inter ſe ut latera hujus: Figura igitur minor eſt majori ſimilis (§. 147). *Q. E. D.*

ALITER.

Menſurentur omnia latera (§. 44) & tot anguli, quot ſunt latera, demtis tribus (§. 43). His enim datis Ichnographia abſolvi poteſt (§. 112).

PROBLEMA LXII.

176. *Cujuſcunque Campi vel agri Aream invenire.*

RESOLUTIO.

1. Perficiatur primo ejus Ichnographia juxta Problemata præcedentia. Poſtea

2. Quæratur Area figuræ juxta Problema 35 (§. 123).

DEFINITIO XV.

Tab. VI. Fig. 110. 177. Si ſemicirculus X circa diametrum AB gyretur; Sphæra generatur.

COROLLARIUM.

178. Omnia ergo puncta in ſuperficie Sphæræ æqualiter à centro diſtant (§. 13).

DEFINITIO XVI.

Tab. VI. Fig. 111. 179. Si Figura rectilinea ABC juxta ductum lineæ rectæ AD motu

tu

Digitized by Google

tu ſibi ſemper parallelo ſurſum vel deorſum feratur, *Priſma* deſcribitur. Sed ſi Circulus X juxta ductum lineæ rectæ FG eodem modo ſurſum vel deorſum feratur, vel Rectangulum ABCD aut Quadratum circa altitudinem ſuam BC gyretur, *Cylindrus* generatur. *Fig.* 112. 113.

COROLLARIUM I.

180. Quodlibet adeo Priſma habet duas baſes æquales & circum circa terminatur tot Parallelogrammis, quot latera baſis habet.

COROLLARIUM II.

181. In Cylindro & Priſmate, omnes ſectiones, baſi parallelæ ſunt inter ſe æquales.

DEFINITIO XVII.

182. Si rectangulum ABCD juxta rectam AE pari modo feratur; *Parallelepipedum* deſcribitur: ſi Quadratum O juxta rectam HI lateri ejus æqualem TAB. VII. *Fig.* 114. *Fig.* 115.

lem, deorſum feratur; *Cubus* generatur.

COROLLARIUM I.

183. Terminatur adeo Parallelepipedum ſex rectangulis, quorum bina oppoſita inter ſe æqualia ſunt. Et ſectiones baſi parallelæ ſunt inter ſe æquales.

COROLLARIUM II.

184. Cubus terminatur ſex Quadratis inter ſe æqualibus.

DEFINITIO XVIII.

Tab. VII. Fig. 116. 185. Si Triangulum rectangulum ABC circa latus unum AB gyretur, *Conus* generatur.

COROLLARIUM

186. Omnes ſectiones baſi Coni parallelæ, Circuli ſunt, tanto tamen minores, quo vertici A propiores.

DEFINITIO XIX.

Tab. VII. Fig. 117. 187. Si recta AD in puncto D fixa,

Digitized by Google

fixa, circa integram peripheriam Figuræ rectilineæ ABC, altera ſua extremitate A convertatur, oritur Pyramis. Si figura ABC fuerit Circulus, emergit *Conus*. *Fig.* 116.

COROLLARIUM.

188. Pyramis pro baſi figuram rectilineam habet, & terminatur circum circa tot triangulis, cum verticibus in uno puncto D coeuntibus, quot baſis latera habet.

DEFINITIO XX.

189. *Corpus regulare* vel *ordinatum* eſt ſolidum æqualibus planis regularibus ejuſdem ſpeciei terminatum, cujus anguli ſolidi omnes inter ſe æquales ſunt: reliqua corpora dicuntur *irregularia* vel *inordinata*.

DEFINITIO XXI.

190. Præter *Cubum* (§. 182) ſunt adhuc quatuor alia Corpora regularia nimirum *Tetraëdrum*, quod quatuor; *octaëdrum*, quod octo; *Icoſaëdrum* TAB. VII. *Fig.* 118. *Fig.* 119. 120.

 quod

Digitized by Google

qnod viginti Triangulis æquilateris includitur; & *Dodecaëdrum* quod duode-
Fig. 121. cim Pentagonis regularibus continetur.

PROBLEMA LXIII.

191. *Soliditatem ac ſuperficiem Cubi determinare.*

RESOLUTIO.

Menſura ſolidorum eſt pertica cubica, hoc eſt, Cubus cujus latus perticam æquat. Hæc dividitur in pedes, digitos &c. cubicos. Illi ſunt Cubi, quorum latus pedem; hi Cubi, quorum latus digitum æquat.

Soliditatem adeo Cubi determinaturus.

1. Metitor latus Cubi, ducitoque in ſe ipſum; factum eſt baſis (§. 114. 184).

2. Idem factum porro ducito in latus, prodibit ſoliditas Cubi.

3. Contra ſi baſin per 6 multipli-

plicet, reperiet ſuperficiem integri Cubi (§. 184).

EXEMPLUM.

Latus 34'
34
136
102
Baſis 1156
6
Superficies 6936' Cubi

Baſis 1156'
34
4624
3468
Soliditas Cubi 39304'

DEMONSTRATIO.

Si latus Cubi in partes quotcunque æquales diviſum concipiatur, evidens eſt tot proditura Cuborum minorum ſtrata quot altitudo habet partes, & in quolibet ſtrato tot fore Cubos minores quot Quadrata in baſi reperiuntur. TAB. VII. *Fig.* 122.

Ex quo patet multiplicando baſin per altitudinem, proditurum numerum Cuborum minorum quos major continet, Q. E. D.

COROLLARIUM V.

192. Quod ſi latus Cubi fuerit 10, erit Soliditas 1000. Quare ſi latus fuerit perticæ unius, ſive 10 pedum, 1000 pedes cubici in majore cubo continentur. Adeoque pertica cubica 1000 pedes cubicos, pes cubicus 1000 digitos cubicos, digitus cubicus, 1000 lineas cubicas continet.

THEOREMA XXVII.

193. *Parallelepipeda, Priſmata, & Cylindri, quorum baſes & altitudines æquantur æqualia ſunt.*

DEMONSTRATIO.

Si enim Parallelepipedum, Priſma & Cylindrus in diſcos craſſitiei quantumlibet exiguæ ſecari cogitentur: non ſolum diſci erunt inter ſe æquales (§. 181. 183;) verum etiam ſi duo corpora eandem altitudinem habent, tot diſci ex uno prodibunt quot ex altero. Adeoque hæc Corpora ſpatium æquale occupant. Q. E. D.

PRO-

PROBLEMA LXIV.

194. *Metiri Soliditatem ac ſuperficiem Parallelepipedi.*

RESOLUTIO.

1. Multiplicetur longitudo A B per latitudinem B C, ut habeatur baſis A B CD (§. 117. 183). Tab. VII. Fig. 123.

2. Hæc ſi porro multiplicetur per altitudinem B F, prodibit Soliditas quæſita.

E. gr. Sit A B 36′ B C 15′ B F 12′

Longitudo A B	36	Baſis ABCD	540
Latitudo BC	15	Altitudo B F	12
	180		1080
	36		54
Baſis A B C D	540	Soliditas	6480

PRO SUPERFICIE.

1. Multiplicetur A B per B C, item A B per B F & B F per B C, ut habeantur quadrilatera B D, E B & B G (§. 117. 183).

2. Addantur hæc tria quadrilatera & ſumma multiplicetur per 2; factum erit

erit Superficies Parallelepipedi (§. 117. 183).

E. gr.	AB 36′	AB 36′	BC 15′
	BC 15	BF 12	BF 12
	180	72	30
	36	36	15
	□ DB 540′	□ BG 432′	□ BE 180′

□ DB 540′
□ BG 432
□ BE 180
1152′
2
2304′ Superficies Parallelepipedi.

DEMONSTRATIO.

Coincidit cum Demonſtratione Problematis præcedentis. (§. 191).

THEOREMA XXVIII.

195. *Planum diagonale DBFH dividet Parallelepipedum in duo Priſmata, inter ſe æqualia.*

DEMONSTRATIO.

Tab. VII. *Fig.* 123. Diagonalis DB dividit Parallelogrammum ABCD in duo Triangula æqualia (§. 102).

Sed

Sed cum Priſmata ADBFGH & DBCEFH præter baſes æquales, eandem quoque altitudinem DH habeant; ipſa quoque æqualia erunt (§. 193. *Q. E. D.*

PROBLEMA LXV.

196. *Metiri Soliditatem, ac Superficiem Priſmatis.* Tab. VII. Fig. 124.

RESOLUTIO.

1. Quæratur baſis Priſmatis (§. 117. 121. 122. 123. 124).

2. Inventa multiplicetur per altitudinem, prodibit Soliditas quæſita.

3. Peripheria baſeos integra multiplicetur per eandem altitudinem; factum exprimet ſuperficiem, ſecluſis baſibus.

4. Quæ ſi addantur, habebitur ſuperficies integra (§. 180).

E. Gr.

E. Gr. Sit AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB 8′	ABC 24′
$\frac{1}{2}$ CD 3	AE 15
ABC 24′	120
	24

Soliditas Priſmatis 360′

BC 91″
AB 80
AC 62

Peripheria 233″
AE 15.0

11650
233

Superf. abſque baſibus 34950″
ABC — 2400
HEI 2400

Superf. integr. 39750″

DEMONSTRATIO.

Priſma Triangulare dimidium Parallelepipedi eſt, quod duplam baſin, ſed eandem altitudinem habet (§. 195). Quod ſi baſis Parallelepipedi per altitudinem multiplicetur, prodit ejus Soliditas (§. 194). Ergo ſi dimidia Parallelepipedi baſis, hoc eſt, baſis

baſis Priſmatis Triangularis per altitudinem multiplicetur, Parallelepipedi dimidium, hoc eſt, Priſmatis Soliditas habetur. Cum omnia Priſmata reliqua in Triangularia reſolvi poſſint, quæ de Triangularibus demonſtravimus iis quoque conveniunt.

PROBLEMA LXVI.

197. *Data diametro & altitudine Cylindri invenire Soliditatem ac ſuperficiem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur baſis Cylindri (§. 134). quæ
2. Ducatur in altitudinem, quod prodit eſt Soliditas Cylindri quæſita.
3. E contra ſi Peripheria multiplicetur per eandem altitudinem, factum eſt ſuperficies, ſecluſis baſibus.
4. Quæ addantur, & prodibit tota ſuperficies Cylindri quæſita.

E. gr.

Tab. VI. Fig. 113. E. gr. Sit Diameter 2 A B 560″, Altitudo B C 892″ erit.

Baſis 246176″	Periph.	17584″
Altitudo B C 892	B C	8920
492352		351680
2215584		158256
1969408		140672
Solid. 219588992″ Cylindri.	Superf. ſeclus. baſ.	156849280″
		24617600
	Baſes	24617600
	Superficies	206084480″

DEMONSTRATIO.

Quoniam Circulus eſt Poligonum regulare infinitorum laterum, Cylindrus conſiderari poteſt tanquam Priſma, infinitorum laterum. Proinde Soliditas ejus invenitur baſi in altitudinem; Superficies vero peripheria baſeos, in eandem altitudinem ducta (§. 196). Q. E. D.

THEOREMA XXIX.

198. *Pyramides & Coni ſuper eadem*

dem baſi, & ejuſdem altitudinis ſunt æquales.

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 223).

THEOREMA XXX.

199. *Qualibet Pyramis, eſt tertia pars Priſmatis, ſuper eadem baſi & ejuſdem altitudinis.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 224).

COROLLARIUM.

200. Cum itaque Conus, pro Pyramide infinitangula haberi poſſit; erit Conus tertia pars eandem Baſin & eandem altitudinem habentis Cylindri.

PROBLEMA LXVII.

201. *Metiri Soliditatem Pyramidis & Coni.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Quæratur Soliditas Priſmatis, vel Cylindri, eandem cum Pyramide vel Cono baſin & altitudinem habentis. (§. 196. 197).

2. Inventa dividatur per 3: quotus erit ſoliditas Pyramidis vel Coni. (§. 199. 200).

VEL

Multiplicetur baſis utrinque per tertiam altitudinis partem.

E. Gr. Soliditas Priſmatis (§. 196) eſt 360′. Soliditas ergo Pyramidis erit 120′. Soliditas Cylindri (§. 197) eſt 219° 588′ 992″. Soliditas itaque Coni erit 731 963 $30\frac{2}{3}$″.

PROBLEMA LXVIII.

TAB. VII. Fig. 125. 202. *Invenire Soliditatem Coni truncati A B D C.*

RESOLUTIO.

1. Inferatur: ut differentia A H

Semi-

Digitized by Google

Semidiametrorum A G & C F ad altitudinem Coni truncati C H; ita ſemidiameter major A G ad altitudinem Coni integri E G (§. 149); invenietur per Regulam trium altitudo Coni integri E G (§. 85 *Arithm.*).

2. Ex hac & Diametro A B quæratur Soliditas Coni integri A E B (§. 201).

3. Altitudo Coni truncati F G ab altitudine integri E G ſubducatur, ut relinquatur altitudo ablati E F.

4. Ex hac, & Diametro C D quæratur Soliditas Coni E C D (§. 201).

5. Tandem Conus minor E C D à majore A E B auferatur, reſidua erit Soliditas truncati A C D B.

E. gr. Sit A B 36′ C D 20′, F G = C H 12′; erit A G 18′, C F 10′ & A H 8′; ergo

AH : CH = AG : GE
8 : 12 = 18 :
4)2 : 3 = 18 (§. 96 *Arithm.*)
2)1 : 3 = 9
3
---
27 = G E
12 = G F
---
15 = F E

100 : 314 = 18 :

18

2512

314

46′5″2‴ Semiperiph. major

1 800 A G

4521600

5652

101736″ Baſis major

$90\frac{1}{3}$ GE

9°156′240″ Conus A E B

100:314 = 10

10

314″ Semiperiph. minor

100 C F

31400″ Baſis minor

$50\frac{1}{3}$ E F

1570000″ Soliditas Coni C E D

9156240 Soliditas Coni A E B

7586240″ Soliditas Coni truncati A C D B.

THEOREMA XXXI.

203. *Sphæra æquatur $\frac{2}{3}$ Cylindri ſuper æquali baſi & ejuſdem altitudinis.*

D E-

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 551).

THEOREMA XXXII.

204. *Cubus diametri eſt ad Sphæram propemodum ut 300 ad 157.*

DEMONSTRATIO.

Si diameter Sphæræ 100, Cubus ejus erit 1000 000 (§. 191): & Cylindrus eandem cum Sphæra baſin & altitudinem habens, 785000 (§. 197). Conſequenter Soliditas Sphæræ 523333 $\frac{1}{3}$ (§. 203). Eſt itaque Cubus diametri ad Sphæram ut 1000 000 ad 523333 $\frac{1}{3}$, hoc eſt multiplicando utrinque per 3, ut 3000 000 ad 1570000 (§. 58 *Arithm.*) vel dividendo porro per 10000, ut 300 ad 157 (§. 59 *Arithm.*)

SCHOLION.

205. *Dico Cubum Diametri eſſe ad Sphæram* propemodum *ut* 300 *ad* 157. *In de-*

monſtratione enim aſſumitur ratio prope vera diametri ad peripheriam 100 : 314 (§. 129).

THEOREMA XXXIII.

206. *Superficies Sphæræ eſt quadrupla Circuli maximi ejuſdem Sphæræ.*

DEMONSTRATIO.

Invenitur in *Elementis* (§. 554).

COROLLARIUM.

207. Superficies ergo Sphæræ prodit peripheria in diametrum ducta. (§. 134).

PROBLEMA LXIX.

208. *Data Diametro Sphæræ invenire, Superficiem ac Soliditatem ejus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur peripheria Circuli maximi (§. 132).

2. Inventa ducatur in diametrum datam; factum eſt ſuperficies Sphæræ (§. 207).

3. Hoc

3. Hæc ſi porro multiplicetur per ſextam diametri partem vel per integram diametrum, & productum per 6 dividatur; prodibit Soliditas Sphæræ.

E. gr. Sit diameter 5600‴, erit peripheria Circuli maximi 17584‴

	17584‴
Diameter	5600
	10550400
	87920
Superficies Sphæræ	984704″
Diameter	560
	59082240
	4923520
	55434240″

45 4
55434240
66666666 } 91905706 $\frac{2}{3}$″ Soliditas Sphæræ.

PROBLEMA LXX.

209. *Data diametro Sphæræ invenire Soliditatem ejus, alio adhuc modo.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur Cubus diametri (§. 191), vel excerpatur ex Tabulis Cuborum.

2. Inveniatur ad 300, 157 & Cubum inventum, numerus quartus proportionalis (§. 85 *Arithm.*), qui erit Soliditas Sphæræ (§. 204).

E. gr. Sit diameter Sphæræ $64''$, erit Cubus ejus $262144'''$, conſequenter

$$300 — 157 — 262144'''$$

157
1835008
1310720
262144
41156608

11 111
41156608 $\Big\{$ $137188 \frac{208}{300}'''$ Solid. Sphæræ
3333300

THEOREMA XXXIV.

210. *Omnia Priſmata, parallelepipeda, Cylindri, Pyramides & Coni, ſi altitudines habeant æquales, ſunt ut eorum baſes, ſi vero baſes æquales habeant, ut eorum altitudines.*

D E-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Priſmata, Parallelepipeda & Cylindri ſunt ut facta ex baſibus in altitudines (§. 194. 196. 197), Pyramides vero & Coni, ut facta ex tertia altitudinum parte in baſes (§. 201): adeoque, ſi eorum altitudines fuerint æquales, ſunt ut baſes, ſi vero eorum baſes æquales fuerint, ut altitudines (§. 58 *Arithm.* Q. E. D.

COROLLARIUM.

211. Quoniam Cylindrorum baſes ſunt Circuli (§. 179), Circuli autem ut Quadrata diametrorum (§. 131); ergo & Cylindri æque alti, ſunt ut Quadrata diametrorum, vel peripheriarum baſium.

THEOREMA XXXV.

212. *Sphæræ ſunt ut Cubi diametrorum.*

DEMONSTRATIO.

Quemadmodum Sphæra una, ad

Cubum ſuæ diametri, ita altera ad Cubum ſuæ diametri (§. 204). Ergo erit etiam Sphæra una ad alteram, ut Cubus diametri unius ad Cubum diametri alterius (§. 83 *Arithm. Q. E. D.*

PROBLEMA LXXI.

213. *Virgulam Pythometricam conſtruere, cujus ope haud difficulter invenitur numerus menſurarum fluidi alicujus e. gr. Cereviſiæ, Vini ſublimati &c. in vaſe Cylindrico contenti, vel quot earum taleras capit.*

RESOLUTIO.

TAB. VII. Fig. 126. 1. Diameter AB, Vaſis cylindrici unius menſuræ, jungatur Lineæ indefinitæ ad angulos rectos.

2. Ex A transferatur in 1 recta A 1, rectæ AB æqualis; erit B1 diameter Vaſis, quod duas menſuras capit, ſed eandem cum vaſe priori altitudinem habet.

3. Fiat A 2 = B 1, erit B 2 diame-

meter Vaſis tres menſuras capientis, ſed ejuſdem denuo altitudinis cum vaſe, quod non niſi unam capit. Eodem modo inveniuntur diametri Vaſorum capaciorum A 4, A 5, A 6, &c.

4. In unum Virgulæ latus, transferantur diviſiones inventæ, A 1, A 2, A 3, A 4 &c. in alterum vero altitudo Cylindri uni menſuræ æqualis, quoties fieri poteſt. *Ita factum eſt, quod petebatur.*

DEMONSTRATIO.

Duo enim Cylindri eandem altitudinem habentes, & quidem altitudinem unius menſuræ, ſunt inter ſe ut Quadrata diametrorum (§. 211). Unde quadratum diametri Vaſis, duas, tres, quatuor, &c. menſuras capientis, eſt duplum, triplum, quadruplum &c. quadrati diametri Vaſis menſuram tantum unam capientis. Sed quadratum ipſius B 1 vel A 2 eſt duplum, quadratum ipſius B 2 vel A 3 triplum, quadra-

tum ipſius B 3 vel A 4 quadruplum &c. quadrati ipſius A B vel A 1 (§. 144). Quoniam vero A B vel A 1 diameter vaſis eſt menſuram unam capientis, erit A 2 diameter Vaſis duas, A 3 diameter Vaſis tres, A 4 diameter Vaſis quatuor &c. menſuras capientis. Quod ſi ergo unum Virgulæ latus, in quo hæ diviſiones notatæ ſunt, ad diametrum Vaſis Cylindrici applices, illico conſtabit, quot menſuræ fundo inſiſtere poſſunt. Jam ſi porro, ope alterius diviſionis in altero Virgulæ latere factæ, longitudinem Vaſis inveſtiges; conſtabit, quot menſuræ ſibi mutuo inſiſtere poſſunt. Quare ſi diameter ducatur in altitudinem, prodibit numerus menſurarum. quas totum Vas capit. Beneficio itaque Virgulæ conſtructæ, invenitur capacitas Vaſis Cylindrici, juxta menſuras, quibus ad fluida menſuranda utimur. *Q. E. D.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

214. *Sit e. gr. diameter Vaſis cylindrici* 8, *altitudo* 12; *erit numerus menſurarum, quas capit* 96.

PROBLEMA LXXII.

215. *Invenire Capacitatem Dolii, hoc eſt, determinare numerum menſurarum, quas capit.*

RESOLUTIO.

1. Conveniente latere Virgulæ Pithometricæ metire longitudinem Dolii FE, & latere altero diametrum fundi AB, item diametrum Ventris, per orificium Dolii, CD. Tab. VII. *Fig.* 127.

2. Cum dolium in medio prope orificium Ventrem habeat, verſus fundum autem utrinque depreſſum ſit, habetur (conſentiente experientia, tametſi Geometrice demonſtrari nequeat) pro Cylindro cujus baſis eſt Circulus, medius *Arithmetice* proportionalis, inter Circulum

lum minorem fundi & majorem ventris. Addatur ergo diameter major C D & minor AB.

3. Semiſumma multiplicetur per longitudinem Dolii, erit factum, *vi demonſtrationis problematis præcedentis* (§. 213) numerus menſurarum, quas capit Dolium.

E. gr. Sit AB = 8
CD = 12
erit ſumma = 20
Semiſumma = 10
FE = 15
Capacitas Dolii = 150 menſurarum.

SCHOLION.

216. *Notandum eſt methodum juſtam ac facilem fluida in Doliis non plenis, juxta longitudinem jacentibus, menſurandi, hactenus deſiderari: ſi vero erigantur, atque altitudo vini pro longitudine Dolii aſſumatur, per Problema præſens, quot menſuras contineat, inveniri poterit.*

PROBLEMA LXXIII.

Tab. VII. Fig. 128. 217. *Corporis irregularis cujuſcunque Soliditatem invenire.*

RESOL-

RESOLUTIO.

1. Indatur corpus Parallelepipedo cavo, ſuperfundatur aqua aut arena, illaque exacte complanata ejus altitudo AB notetur.

2. Corpore extracto obſervetur denuo aquæ aut arenæ rurſus complanatæ altitudo AC: ita innoteſcit BC.

3. Quoniam Corpus irregulare æquatur Parallelepipedo DFCGE, menſuretur ejus Longitudo FC & latitudo CG, & quæratur Soliditas ejus (§. 194).

E. gr. Sit AB 8′, AC 5′; erit BC 3′. Sit porro FC 12′, CG 4′: erit Soliditas corporis 144′.

SCHOLION.

218. *Quod ſi corpus in iſtiuſmodi Vas commode deponi nequeat, e. gr. Si ſtatua immobilis menſuranda eſſet; Parallelepipedo aut Priſmate quadrangulari circumdari & ſpatium vacuum arena expleri poterit; reliqua peragendo ut ante.*

PRO-

PROBLEMA LXXIV.

219. *Retia deſcribere, ex quibus rite inter ſe complicatis, corpora Geometrica componi poſſunt.*

RESOLUTIO.

Tab. VIII Fig. 129. 1. Conſtruatur Triangulum æquilaterum A B C (§. 53): latera bifariam ſecentur in D, E & F, ducanturque rectæ D E, E F & F D: & Rete *Tetraëdri* perfectum erit 190.

Tab. VIII Fig. 130. 2. Quod ſi latus A C prolongetur in G, B C in H, & ED in L, donec CG = DC, CH = FC, DI = IL = ED; rectas GL, CI & IH ducere licet, & Rete *Octaëdri* perfectum erit. (§. 190).

Tab. VIII Fig. 131. 3. In rectam AB latus Cubi AI quater transferatur; ita ut ſit AI = IL = LN = NB, & conſtruatur Rectangulum A C D B eo modo, ut ſit A C = AI (§. 99). Ducantur rectæ IK, LM, NO cum AC parallelæ, producanturque I K & LM utrinque in

Digitized by Google

in E & F, G & H, donec EI = IK = KF & GL = LM = MH; ita Rete *Hexaëdri* vel *Cubi* determinatur. (§. 182).

4. Deſcribatur Pentagonum regulare ABCDE (§. 107); applicetur regula ad D & B, ducaturque recta BL; eademque pariter applicata ad D & A, ducatur recta AG: fiat AG = AB = BL & intervallo AB ex G & L interſectio in Q; ita Pentagonum ABLQG determinatur. Eodem modo ſi annectantur reliqua Pentagona BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, item reliqua ſex *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, rete *Dodecaëdri* (§. 190) perfectum erit. TAB. VIII Fig. 132.

5. Deſcribatur Triangulum æquilaterum ACB (§. 53); recta AB prolongetur in D, & in eam transferatur adhuc quater; agatur CE ipſi AD parallela, (§. 67) & fiat CI = IK = KL = LM = ME = AB; producatur AC in N, donec fiat CN = AC; applicetur regula ad B & I, F & K, G & L, H & M, D & E, du- TAB. VIII Fig. 132.

ducanturque rectæ Y O, S P, T Q; V R & X E; eadem porro applicata ad D & M, H & L, G & K, F & I, B & C agantur rectæ D Q, X P, V O, T N, S C; tandem fiat M R = M E & B Y = B A, & ducantur rectæ R E & A Y. Figura deſcripta eſt Rete *Icoſaëdri* (§. 190).

Tab. VIII Fig. 134. 6. In rectam B D transferatur ex B in H latitudo, ex H in I longitudo, ex I in K iterum latitudo, & ex K in D, longitudo Parallelepipedi; in B erigatur normaliter altitudo Parallelepipedi B A, & compleatur Rectangulum B A C D (§. 99). Ducantur E H, F I, G K ipſi A B parallelæ (§. 67), & producatur E H utrinque in L & N, item F I in M & O, donec L E, M F, I O & N H, latitudini Parallelepipedi æquales fiant: ita Rete *Parallelepipedi* determinatur (§. 182).

Tab VIII Fig. 135. 7. In rectam C F transferantur latera baſis Priſmatis, C G, G H & H F; deſcribatur rectangulum C A E F, cujus

cujus altitudo C A altitudini Priſmatis æqualis eſt (§. 99). Super B D & G H, lateribus A B & D E, C G & H F,, conſtruantur △ △ B K D & G I H (§. 55): ita Rete *Priſmatis* factum erit (§. 179). Quod ſi baſis fuerit Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum, &c; ſuper B D & G H, Pentagonum, Hexagonum, Heptagonum &c. deſcribitur.

8. Ex A latere Pyramidis A E deſcribatur arcus E B; ei applicentur latera baſis, E D, D C, C B, & ducantur rectæ A E, A D, A C, A B. Tandem ſuper D C deſcribatur baſis Pyramidis; ita Rete *Pyramidis* perfectum erit (§. 187). TAB VIII Fig. 136.

9. Pro Rete *Cylindri* deſcribatur rectangulum (§. 99), cujus altitudo B C altitudini Cylindri, longitudo C F peripheriæ æqualis eſt (§. 132); prolongetur B C in A & D, donec B A & C D diametro fiant æquales, & deſcribantur Circuli, baſes Cydri. *Ita factum eſt, quod petebatur.* Fig. 137.

SCHO-

SCHOLION

220. *Ut Corpora ex Retibus conglutinari queant, relinquuntur margines dum exſcinduntur, quemadmodum per lineas punctatas Fig. 129. indicavimus. Hic labor Tironibus conducit, ad corpora Geometrica diſtincte concipienda.*

ELEMENTORUM GEOMETRIÆ

FINIS.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA TRIGONOMETRIÆ

DEFINITIO I.

1. TRIGONOMETRIA, eſt ſcientia ex datis tribus Trianguli rectilinei partibus, quarum ſaltem una latus eſt, inveniendi tres reliquas; Ex. gr. ex duobus lateribus A B & A C, atque angulo uno C, duos angulos reliquos A & B, cum latere B C. Tab. Trigon. *Fig.* 1.

DEFINITIO II.

2. Dimidia chorda A D arcus A B, dicitur ſinus arcus A E, item- *Fig.* 2.

que arcus A I, qui arcuum A E B &
A I B ſemiſſes ſunt.

COROLLARIUM I.

Fig. 2. 3. Sinus ergo cujuſvis arcus A D, ad radium circuli E C perpendicularis eſt (§. 95 *Geom.*): conſequenter ſinus diverſorum arcuum ſunt inter ſe paralleli. (§. 75 *Geom.*).

COROLLARIUM II.

Fig. 2. 4. Quoniam arcus A E, anguli A C E menſura eſt, & arcus A I menſura anguli A C I (§. 16 *Geom.*), & A D eorundem angulorum ſinus erit.

COROLLARIUM III.

Fig. 2. 5. Duo igitur anguli deinceps, ſeu ſuper eadem recta E I juxta ſe poſiti, eundem ſinum habent.

DEFINITIO III.

Fig. 2. 6. Recta E F, in extremitate radii E C perpendiculariter erecta, arcus A E, conſequenter etiam anguli E C A, *Tangens* dicitur; F C autem ejuſdem & arcus & anguli *Secans*.

DE-

Digitized by Google

DEFINITIO IV.

7. Contra ED ejus *Sinus verſus*; *Fig.* 2.
& AG (=DC) ſinus arcus AH, cum arcu EA 90 gradus efficientis, dicitur *Sinus complementi*, ſive *Coſinus*: hujus Tangens HL, *Tangens complementi*, ſive *Cotangens*; ſimiliter ſecans CL, *Secans complementi* vel *Coſecans* ejuſdem arcus EA, vel anguli ECA.

DEFINITIO V.

8. Radius denique EC vel HC, *Fig.* 2.
vocatur *Sinus totus*.

COROLLARIUM.

9. Quoniam radius HC eſt ſinus qua- *Fig.* 2.
drantis EH: ſinus totus anguli recti ſinus eſt. (§. 37 *Geom.*).

THEOREMA I.

10. Sinus arcuum ſimilium BC & *Fig.* 3.
& EF ad radios ſuos AB & ED eandem rationem habent.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Si arcus BG & EH fuerint ſimiles, uterque eundem habet graduum numerum, conſequenter anguli A & D æquales ſunt (§. 35 *Geom*,). Sed anguli C & F ſunt recti (§. 3). Ergo radius AB ad ſinum BC eſt, ut radius ED ad ſinum EF (§. 148 *Geom.*). Q. E. D.

SCHOLION I.

11. *Hinc ſinui toti cujuſvis circuli vulgo tribuuntur* 10000000 *partes*, *& ope Geometriæ ſupputatur*, *quot horum partium Sinui & Tangenti cujuſvis gradus*, *immo cujuſvis quoque minuti per integrum quadrantem cedant. Hoc modo* Tabulæ Sinuum & Tangentium *conditæ fuerunt*, *quibus in Trigonometria indigemus*: *quemadmodum* in Elementis *fuſius oſtenditur.*

SCHOLION II.

12. *Quoniam Sinus & Tangentes ſunt numeri prolixi*, *qui multiplicationem & diviſionem in Trigonometria permoleſtas reddunt*; *ideo* Johannes Neperus *in Scotia Ba-*

Digitized by Google

ro & poſt eum Henricus Briggius *Anglus certos numeros excogitarunt, qui loco vulgarium, non ſine inſigni calculi compendio poſſunt adhiberi; quia multiplicationem in additionem, & diviſionem in ſubtractionem convertunt. Dicuntur* Logarithmi *& non ſolum pro omnibus Sinibus & Tangentibus; verum etiam, pro numeris naturalibus ab* 1 *uſque ad* 1000, *nonnunquam ultra, in Tabulis Sinuum & Tangentium vulgaribus extant. De his igitur agendum eſt antequam* ad Problemata Trigonometrica accedamus.

DEFINITIO VI.

13. Si duæ numerorum Series, altera in Geometrica, altera in Arithmetica Proportione progrediuntur; poſteriores *Logarithmi* dicuntur priorum.

SCHOLION I.

14. *Sint duæ ſeries numerorum.*

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512
0.	1.	2.	3,	4.	5.	6.	7.	8.	9

quorum illi in Geometrica, hi in Arithmetica Proportione progrediuntur, erit 0 *Logarithmus unitatis:* 1 *Logarithmus binarij* 2 : 2 *Logarithmus quaternarii* 4:7 *Longarithmus* 128 *&c.*

Digitized by Google

SCHOLION II.

15. *Si Logarithmus unitatis eſt* 0, *erit Logarithmus facti, æqualis aggregato ex Logarithmis factorum.* E. gr. 3 *ſumma logarithmorum* 1 *&* 2 *eſt logarithmus producti* 8 *ex* 2 *in* 4. *Rurſus* 7 *ſumma logarithmorum* 2 *&* 5, *item* 4 *&* 3, *eſt logarithmus producti* 128 *ex* 4 *in* 32, *item ex* 8 *in* 16. *Hinc logarithmus quadrati, æqualis eſt duplo logarithmi radicis.* E. gr. 4 *Logarithmus numeri quadrati* 16 *eſt duplus logarithmi* 2 *radicis* 4; *&* 6 *Logarithmus numeri quadrati* 64 *eſt duplus logarithmi* 3 *radicis* 8. *Et viciſſim dimidium logarithmi numeri alicujus eſt logarithmus radicis quadratæ ejuſdem numeri. Sic dimidium logarithmi* 8 *eſt logarithmus radicis* 16, *numeri quadrati* 256. *Similiter logarithmus Cubi, eſt triplus logarithmi radicis. Sic* 9 *logarithmus numeri cubici* 512 *eſt triplus logarithmi* 3 *radicis* 8; *ac proinde logarithmus radicis cubicæ pars tertia logarithmi numeri cubici.* Ex. gr. 2 *logarithmus numeri* 4 *eſt pars tertia logarithmi* 6 *numeri cubici* 64.

SCHOLION III.

16. *Si Logarithmus unitatis eſt* 0; *erit logarithmus quoti æqualis differentiæ logarithmorum diviſoris & dividendi. Et logarithmus*

fra-

fractionis invenitur, ſi logarithmus numeratoris ſubtrahatur a logarithmo denominatoris & reſiduo præfigatur ſignum ſubtractionis —. Sic 2 differentia inter 5 & 7 eſt logarithmus quoti 4 ex 128 per 32. Similiter 5 differentia inter 3 & 8 eſt logarithmus quoti 32 ex 256 per 8. Aſt — 1 differentia inter 0 & 1 eſt logarithmus fractionis $\frac{1}{2}$.

SCHOLION IV.

17. *Hinc liquet, quomodo ope logarithmorum multiplicatio in additionem, diviſio in ſubtractionem, extractio radicis quadratæ, in bipartitionem & extractio radicis cubicæ, in tripartitionem convertatur.*

SHOLION V.

18. Pro logarithmis.

Numerorum 1. 10. 100. 1000. 10000 *aſſumſerunt Tabularum conditores*, 0. 00 000 000, 1. 00 000 000, 2. 00 000 000, 3. 00 000 000, 4. 00 000 000 *hincque laborioſiſſimo modo, omnium numerorum logarithmos ab* 1 *uſque ad* 10000 *immo poſtea uſque ad* 100000 *deduxerunt, quemadmodum in Elementis docetur. Inde porro logarithmos Sinuum & Tangentium determinarunt, ut ibidem videre eſt. Methodum utendi logarithmis ſequentia problemata declarabunt.*

THEOREMA II.

Fig. 4. 19. *In omni Triangulo ABC latera ſunt ut ſinus oppoſitorum angulorum.*

DEMONSTRATIO.

Si concipiatur Triangulum ABC Circulo inſcriptum, quod ſemper fieri poteſt (§. 97 *Geom.*), dimidius arcus AB menſura anguli C erit (§. 84 *Geom.*), adeoque dimidium latus AB ſinus ejuſdem (§. 2). Pariter dimidius arcus AC, eſt menſura anguli B, ac proinde dimidium latus AC, ſinus anguli B. Ergo ut latus AB, ad ſinum ſibi oppoſiti anguli C, ita latus AC, ad ſinum ſibi oppoſiti anguli B, (§. 59 *Arithm.*). Q. E. D.

PROBLEMA I.

Fig. 4. 20. *Datis duobus angulis A & C, una cum latere AB; invenire latus BC.*

RESO-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19).

Ut ſinus anguli C
ad latus ſibi oppoſitum AB
Ita ſinus anguli A
ad latus ſibi oppoſitum BC

E. gr. Sit C = 48° 35′, A = 57° 29′, AB = 74′ : per logarithmos ita operamur :

Log. Sin C. - - - - 9 .8750142
Log. AB - - - - - 1 .8692417
Log. Sin. A - - - - 9 .9259487
Summa 11.7951804
Log. BC - - - - - - 1 .9201662, cui in Tabulis proxime reſpondent 83′

SCHOLION I.

21. *Quod ſi* 83 *pedibus non contentus, etiam digitos deſideres, evolve eundem logarithmum* BC, *ſub Characteriſtica* 2 *poſt* 830: *& Logar.* 832 *quam proxime ad eum accedere deprehendes, adeoque præter* 83 *pedes adhuc* 2 *digitos eſſe. Si porro lineas deſideres, quære eundem logarithmum denuo ſub characteriſtica* 3 *poſt* 8320 & ipſi quam proxime Logarithmum 8320 reſpondentem reperies; proinde fore latus BC, 8°, 3′, 2″, 1‴. Hoc pacto ſemper ratio inſtituenda eſt, quando Loga-

rithmus ſub ſua characteriſtica, non accuratus reperitur.

SCHOLION II.

22. *Quoniam Reſolutio Problematis per Regulam trium peragitur (§. 85 Arithm.) ideoque ſinus A per latus A B multiplicari & productum per ſinum anguli C dividi deberet; liquet, logarithmum lateris A B ad logarithmum ſinus A addendum & à ſumma logarithmum ſinus C ſubtrahendum eſſe* (§. 15. 16).

PROBLEMA II.

Fig. 4. 23. *Datis lateribus A B & B C una cum angulo C uni eorum oppoſito invenire angulos reliquos.*

RESOLUTIO.

Inferatur (§. 19):
Ut latus unum A B
ad ſinum anguli dati ſibi oppoſiti C;
Ita latus alterum B C
ad ſinum anguli quæſiti, ſibi oppoſiti A

E. gr.

Digitized by Google

E. gr. Sit A B = 82′, B C = 75′, C = 64° 33′.

Calculum ita inſtitues

Logar. A B - - - - 1. 9138138
Logar. Sin C - - - 9. 9556688
Logar. B C - - - - 1. 8750613
Summa 11. 8307301

Log. Sin A - - - 9. 9169163, cui in Tabulis proxime reſpondent 55° 40′

SCHOLION I.

24. *Quod ſi 55° 40′ ſatis non habes, poteris inſuper Secunda hunc in modum reperire. A logarithmo invento. . . . , 9. 9169. 163 ſubtrahatur in*
Tabulis proxime minor. . . 9. 9168. 593
& notetur differentia prima 570
Similiter à proxime majore. 9. 9169. 455
Subtrahatur proxime minor. 9. 9168. 593
& notetur differentia altera 862
Inferatur: 862 dant 60″ quot dabunt 570
60
34200

862) 34200 (39″
2586
8340
7758
582

Quo facto obtinebis 39″. Eſt ergo angulus A 55° 40′ 39″.

SCHO-

SCHOLION II.

25. *Datis duobus angulis A & C, tertius invenitur per Geometriam (§. 77 Geom.): Ceu ex adjuncto apparet exemplo.*

C =	64°	33′	0″
A =	55	40	39
A + C	120	13	39
A + C + B	179	59	60
B	59	46	21

PROBLEMA III.

Fig. 5. 26. *Datis in Triangulo rectangulo duobus lateribus A B & B C angulum rectum B intercipientibus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

Aſſumto B C pro ſinu toto, erit A B Tangens anguli C (§. 6). Inferatur ergo

Ut latus unum B C
ad alterum A B;
Ita ſinus totus
ad Tangentem anguli C.

E. gr.

E. gr. Sit BC 79′; AB 54′; calculus talis erit.

Log. BC - - - - - - - - 1.8976.271
Log. AB - - - - - - - - 1.7323.938
Log. Sin. tot. - - - 10.0000 000

Log. Tang. C. - - - - 9.8347667, cui in Tabulis quam proxime reſpondent 34° 21′. Eſt ergo angulus C 34° 21′; angulus vero A 55° 39′ (§. 75 *Geom.*).

LEMMA.

27. *Si ad Semiſummam duorum numerorum vel quantitatum addatur Semidifferentia, prodit numerus major: Si vero hæc ab illa ſubtrahatur, relinquitur numerus minor.*

DEMONSTRATIO.

Numerus major componitur ex minore & differentia, ergo ſumma componitur, ex minore bis ſumto & differentia. Quare cum ſemiſumma componatur ex minore & ſemidifferentia; prodit numerus major, ſi ad ſemiſummam ſemidifferentia addatur, contra relin-

linquitur minor, ſi ab illa ſubtrahatur. *Q. E. D.*

PROBLEMA IV.

Fig. 6. 28. *Datis duobus Trianguli lateribus* AC & CB *cum angulo intercepto* C, *invenire angulos reliquos.*

RESOLUTIO.

1. Inferatur:

Ut ſumma laterum AC & CB
ad differentiam eorundem:
Ita Tangens ſemiſummæ angulorum quæſitorum A & B
ad Tangentem ſemidifferentiæ eorundem

2. Addatur ſemidifferentia ad ſemiſummam; aggregatum erit angulus B, datorum laterum majori AC oppoſitus. Eadem à ſemiſumma ſubtrahatur, remanebit angulus A (§. 27).

Ex. gr. ſit AC 75′, BC 58′, C 108°, 24′; calculus ita inſtituetur.

AC

Digitized by Google

AC	75°	AC	75′	A+B+C	179° 60′
BC	58	BC	58	C	108 24
AC+BC	133′	AC-BC	17′	A+B	71° 36′
				½(+AB)	35° 48′

Log. AC + BC 2.1238516
Log. AC — BC .... 1.2304489 }
Log. Tang. ½(A+B) 9.8580694 }
Summa 11.0885183

Log. Tang. ½(A—B) 8.9646667, cui in Tabulis proxime reſpondent 5°17′.

½(A+B)	35° 48′	½(A+B)	35° 48′
½(A—B)	5 17	½(A—B)	5 17
B	41° 5′	A	30° 31′

DEMONSTRATIO.

Latus AC prolongetur in D, donec CD = BC, & fiat CE = BC; erit DA ſumma, EA differentia laterum CB & CA, & angulus DBE rectus (§. 86 *Geom.*). Ducatur AG ipſi EB parallela; erit angulus G etiam rectus, & GAD = BED (§. 37. 72 *Geom.*); item GB tangens anguli GAB, & GD tangens anguli GAD (§. 6). Eſt vero DCB = CBA + CAB = CBE + CEB = 2 CEB (§. 74. 79. *Geom.*); a-

deoque C E B itemque C A G ſemiſumma angulorum quæſitorum C B A & C A B, conſequenter B A G ſemidifferentia (§. 27). Ergo eſt ut D A ſumma laterum A C & C B, ad E A differentiam eorundem; ita D G tangens ſemiſummæ angulorum quæſitorum, ad B G tangentem ſemidifferentiæ (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

PROBLEMA V.

29. *Datis tribus Trianguli lateribus invenire angulos.*

RESOLUTIO.

Fig. 7. 1. Ex vertice anguli A, latere minimo AB, deſcribatur circulus; erit ob A D = A B = A F (§. 27 *Geom.*) C D ſumma crurum A C & A B; C F vero differentia eorundem.

1. Inferatur: ut baſis Trianguli B C ad ſummam crurum A B + A C; Ita differentia eorundem F C ad ſegmentum baſis G C.

3. Sub-

3. Subtrahatur CG à baſi BC, ut relinquatur BG.

4. Demittatur ex A perpendicularis AE ad chordam BG; erit BE = EG = $\frac{1}{2}$BG (§. 95 *Geom.*), adeoque datis in Triangulo rectangulo AEB lateribus AB & BE, inveniri poſſunt anguli A atque B, & in altero AEC, ex datis lateribus AC & CE, anguli C atque A (§. 23).

Ex gr. Sit AB = 36′, AC = 45′, BC = 40′. Calculus ita ſubducitur:

AB = 36′	AC = 45′
AC = 45	AB = 36
AB+AC = 81	FC = 9

Log. BC 1.6020600
Log. AB+AC .. 1.9084850
Log. FC 0.9542425
Summa 2.8627275
Log. GC 1.2606675, cui in Tabulis próxime reſpondent 18′. Quod ſi ulterius quæſiveris (§. 21) invenies tandem GC 1822‴

BC = 4000‴	EG = 1089‴
GC = 1822	GC = 1822
BG = 2178‴	EC = 2911‴
BE = 1089‴	

Log. AB - - - - - - 3.5573025
Log. Sin.tot. - - - 10.0000000
Log. EB - - - - - - - 3.0370279

Log. Sin. A. 9.4807254, ad quem in Tabulis quam proxime accedit Logarith. 17° 36′ adeoque angulus B, 72° 24′.

Log. AC - - - - - 3.6532125
Log. Sin.tot. - - - 10.0000000
Log. EC - - - - - 3.4640422

Log. Sin. A - - - - - 9.8108298, cui in Tabulis quam proxime reſpondet logarith. 40° 19′; adeoque angulus C 49° 41′.

Eſt ergo in Triangulo ABC angulus A 57° 55′, B 72° 24′, & C 49° 41′

DEMONSTRATIO.

Nihil aliud demonſtrandum eſt, quam CB eſſe ad CD, uti CF ad CG: fit modo ſequente.

Quoniam anguli y vel GBD menſura, eſt arcus dimidius GFD, & anguli x menſura arcus dimidius GBD (§. 84 *Geom.*); erit $x + y = 180°$. Eſt vero etiam $x + o = 180°$ (§. 38 *Geom.*). Ergo $o = y$ (§. 25 *Arithm.*). Cum porro angulus C, ſit utrique Triangulo CGF, & CBD com-

communis; erit CB: CD = CF: CG (§. 148 *Geom.*). *Q. E. D.*

SCHOLION I.

30. *Quoniam BE & EC dantur in lineis, etiam in calculo loco 36 pro AB 3600''', & loco 45 pro AC, 4500''' aſſumere opportuit.*

SCHOLION II.

31. *Paucis adhuc uſum Trigonometriæ in reſolvendis quibuſdam Problematibus Geometricis oſtendemus.*

Digitized by Google

APPENDIX

PROBLEMA I.

32. *Invenire altitudinem e. gr. Turris ex aſſumta ſtatione E acceſſibilis.*

RESOLUTIO.

Fig. 8. 1. Menſuretur angulus ADC (§. 43 *Geom.*) & recta BE vel DC (§. 44 *Geom.*).

2. Innoteſcet etiam angulus A, quia angulus C rectus eſt (§. 75 *Geom.*).

3. Quo dato inveniatur linea AC (§. 20).

4. Addatur altitudo inſtrumenti DE = BC (quia rectæ CD & BE ſunt parallelæ, & CB & ED ad BE perpendiculares); prodibit altitudo AB. Quod ſi BE non fuerit horizontalis, portio BC ſeorſim menſuranda foret (§. 171 *Geom.*).

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA II.

33. *Metiri altitudinem inacceſſam A B.*

RESOLUTIO.

1. Elige duas ſtationes in E & G, eo majore intervallo diſtantes, quo mons vel turris dimetienda altior eſt, hinc metire angulos A D C & A F C (§. 43 *Geom.*), inſuper diſtantiarum G E vel D F longitudinem (§. 44 *Geom.*). *Fig. 9.*

2. Ab angulo A F C ſubtrahatur angulus A D F; remanebit angulus F A D (§. 74).

3. Jam ex notis in Triangulo A F D, angulis & latere F D, quæratur latus A F, &

4. Ex datis in Triangulo rectangulo angulo F & latere A F latus A C (§. 20).

5. Tandem addatur ad altitudinem A C, altitudo inſtrumenti D E, vel ſi B C altitudini Inſtrumenti

non fuerit æqualis, inveniatur porro F C, tandemque B C, in Triangulo F B C (§. 20): ita prodibit altitudo quæſita A B.

PROBLEMA III.

34. *Ex duabus feneſtris E & F in diverſis ædificii contignationibus, metiri altitudinem, cujus cacumen A, ex ambabus feneſtris conſpici poteſt.*

RESOLUTIO.

1. Ope ponderis, ex funiculo ſuſpenſi, menſuretur altitudo feneſtræ ſuperioris ſupra inferiorem E F, & inferioris ſupra terram F G, atque ex feneſtris, quantitas angulorum A E C & A F D (§. 43 *Geom.*). *Fig.* 10.

2. Addatur angulus A E C ad 90°; & exſurget angulus A E F; ſubtrahatur à 90° angulus A F D, reſiduum erit angulus A F E.

3. Addantur anguli A E F & A F E, & ſumma auferatur, ex 180°; remanebit angulus E A F (§. 77. *Geom.*).

4. In-

4. Inveniatur in Triangulo A E F, latus A F, & porro

5. In Triangulo A F D latus A D (§. 20).

6. Tandem huic addatur altitudo feneſtræ ſupra terram; vel ſi G B non fuerit horizontalis, inveniatur porro D F, & dein ope anguli explorati D F B (§. 43 *Geom.*), ſeorſim D B (§. 20) ita prodibit altitudo A B.

PROBLEMA IV.

35. *Metiri diſtantiam duorum locorum A B, quorum uterque, ex eodem tertio C acceſſibilis eſt.* Fig. 11.

RESOLUTIO.

1. Menſuretur angulus C (§. 43 *Geom.*) nec non lineæ A C & C B (§. 44 *Geom.*).

2. Ex his cognitis angulus A (§. 28) & hinc porro diſtantia quæſita A B (§. 20), reperiri poterit.

Digitized by Google

PROBLEMA V.

Fig. 12. 36. *Invenire diſtantiam duorum locorum, quorum tantum unus B ex ſtatione in C aſſumta acceſſibilis e. gr. latitudinem fluminis.*

RESOLUTIO.

1. Menſurentur anguli B & C (§. 43 *Geom.*), itemque linea BC (§. 44 *Geom.*),

2. Et inveniri poterit diſtantia quæſita AB (§. 20).

PROBLEMA VI.

37. *Invenire diſtantiam duorum locorum inacceſſorum AB.*

RESOLUTIO.

Fig. 13. 1. Electis 3. ſtationibus D, C & E, in eadem recta, menſurentur anguli ADC, ACD, BCE & BEC (§. 43 *Geom.*), itemque lineæ DC & CE (§. 44 *Geom.*).

2. Sum-

2. Summa angulorum A D C & A C D, itemque A C D & B C E, nec non B C E, & B E C ſubtrahatur ex 180°; & relinquitur in caſu primo angulus D A C, in ſecundo angulus A C B & in tertio angulus C B E (§. 77. 38 *Geom.*).

3. Inde inveniantur latera A C & B C (§. 20) & ſic porro.

4. Angulus C A B (§. 28), tandemque latus A B (§. 20).

PROBLEMA VII.

38. *Invenire rationem diametri ad peripheriam.*

RESOLUTIO.

1. Si radius circuli C D fuerit 10000000, erit Sinus A G æque ac Tangens E D, arcus unius minuti D A 2909 fere, adeoque arcus A D alias aliquanto major quam A G, & minor quam E D itidem 2909 fere eſſe debet. Multiplicentur 2909, per 21600, hoc eſt per *Fig.* 14.

nu-

Digitized by Google

numerum minutorum in peripheria integra contentorum: productum erit 62834400; eſt ergo diameter ad peripheriam ut 20000000 ad 62834400 fere, id eſt (dividendo utrinque per 200000) ut 100 ad 314 (§. 59 *Arithm.*).

TRIGONOMETRIÆ.

FINIS

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA

MECHANICÆ.

DEFINITIO I.

1. MECHANICA eſt ſcientia, vel virium vel temporis compendio aliquid movendi; hoc eſt majorem vel celeriorem motum producendi, quam alias vis data, nudè applicata potis eſſet.

SCHOLION.

2. *Mechanica proprie de omnibus motus legibus tractat; quemadmodum eam nonnulli in ſcriptis ſuis Mechanicis definire velle videntur. Communiter tamen de Machinis tantum in Mechanica loquimur, quarum ope vis mo-*

vens

Digitized by Google

vens valentior efficitur, ut vel majorem molem, quam alias movere, vel motum celerius quam alias producere poſſit.

DEFINITIO II.

3. Quidquid motum producit *Vis* vocatur; quidquid vero movetur, vel motui reſiſtit, *Moles* ſeu *Pondus* dicitur.

COROLLARIUM I.

4. Quamobrem res creatæ omnes, tam animæ, quam inanimæ, ad motum producendum adhiberi ſolitæ, viribus moventibus annumerantur: ut Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis, Pondera, Elatera.

COROLLARIUM II.

5. Quoniam Mechanica docet, quomodo motus compendioſus data vi produci queat, (§. 1), in eadem quoque doceri debet, quomodo Homines, Bruta, Aër, Aqua, Ignis &c. ad compendioſos motus producendos adhiberi queant.

DEFINITIO III.

6. Si motus actualis conſequitur, vis

vis *viva* dicitur: ſi autem pondus tantum ſuſtentatur, vis *mortua*, aut etiam *ſuſtentans* vocatur.

DEFINITIO IV.

7. Quidquid vim ad motum compendioſum producendum, efficacem ſeu potentem reddit, *Machina* audit.

DEFINITIO V.

8. *Vectis*, eſt linea recta, & rigida AB, tribus punctis diſtincta, quorum uni C innititur, alteri B vis, tertio A moles ſeu pondus applicatur. TAB. I. *Fig.* 1.

SCHOLION I.

9. *In genere autem notandum eſt, in examinandis machinarum potentiis, ſeu virtutibus, non conſiderari materiam, ex qua conſtant, nec materiæ affectiones, nec varias figuras, quas propter ſingulares circumſtantias Machina accipit; ſed eorum tantum rationem haberi, quæ Machinæ eſſentiam abſolvunt, ut nempe conſtet, quæ Machinæ, qua tali conve-*

veniant; Quod ſi enim uſu veniat, ut Materia, Figura, vel aliud quodcunque obſtaculum impediat, quò minus effectus eſſentialis plene obtineri queat; hoc ex ſuis principiis ſeorſim determinandum eſt.

COROLLARIUM.

10. Ubicunque adeo in motu Machinæ, tria puncta concipere licet, circa quorum unum motus peragitur, alteri autem vis, tertio pondus applicatur; ibi vectis eſt.

SCHOLION II.

11. *His probe animadverſis, non ſolum de omnibus fere inſtrumentis, aliiſque artis operibus recte judicari, ſed etiam mirandorum animalium motuum, ratio reddi, & amborum potentia computari poterit. Hoc fundamento nituntur, quæ* Borellus *de motu animalium ſcripſit.*

DEFINITIO VI.

Tab. I. *Fig.* 2.

12. *Axis in peritrochio* eſt circulus AFDA, cylindro BIKB affixus, quo cum circa commune centrum C converti poteſt. Imo ſufficit circulum concipi poſſe, qui deſcribitur, dum cylindrus circa ſuum axem revolvitur.

C O-

Digitized by Google

COROLLARIUM.

13. Axi in peritrochio adeo locus eſt, quotieſcunque concipere licet, circulum plano ſectionis cylindri majorem deſcribi, dum cylindrus circa ſuum axem convertitur: ex. gr. ſenſu mechanico, vulgares *Ergatæ* FGHI, ad axes in peritrochio referri debent, quia temo I H qui in motu cylindri circa ſuum axem F G protruditur, circulum deſcribit (§. 11 *Geom.*). Tab. I. *Fig.* 3.

SCHOLION.

14. *In praxi Rotæ diverſimode conſtruuntur, pro vis applicandæ conditione, vel pro conſtitutione partis cui motum communicare debent.*

DEFINITIO VII.

15. Rota quæ aliam partem circumagere debet, dentibus vel paxillis inſtruitur. Rota *ſtellata* vocatur, quæ illos ſuperne in fronte gerit (A B *Fig.* 5). Rota vero *dentata* nuncupatur, quæ illos à latere prope peripheriam habet. (*Fig.* 4. A B) Tab. I. *Fig.* 5. & 4.

DE-

Digitized by Google

DEFINITIO VIII.

16. *Tympanum* eſt rota, quam altera dentibus ſuis movet.

DEFINITIO IX

Tab. I. Fig. 4. 17. Si ex duobus diſcis KL & MN Tympanum aptatur, bacilli que rotundi loco dentium infiguntur, nomine *Curriculi* venit.

DEFINITIO X.

Tab. I. Fig. 6. 18. *Trochlea* vel *Orbis Polyſpaſti* eſt circulus vel orbis, qui circa ſuum centrum C volvitur, dum vis in D pondus E ſurſum trahit.

DEFINITIO XI.

Tab. I. Fig. 7. 19. Planum inclinatum AC eſt, quod cum linea horizontali efficit angulum obliquum ACB.

DEFINITIO XII.

Tab. I. Fig. 8. 20. Si hujuſmodi planum, in ſuper-

perficie Cylindri in orbem circumducitur, oritur *Cochlea.* Cochlea *mas*, vel ſimpliciter Cochlea appellatur, quæ ſuas helices, in ſuperficie cylindri externa IK habet.

DEFINITIO XIII.

21. *Cochlea fœmina* LM dicitur, quæ ſuas helices in ſuperficie interna Cylindri excavati habet. TAB. I. *Fig.* 8.

DEFINITIO XIV.

22. Punctum C, circa quod Machina moveri poteſt, *Centrum motus*, vel etiam *Centrum quietis* vocatur. TAB. I. *Fig.* 1.

DEFINITIO XV.

23. *Linea directionis* eſt linea recta, juxta quam vis aut moles vel actu movetur, vel moveretur, niſi motus impediretur. Ut ſi pondus O, filo in A abſciſſo, juxta lineam AO deorſum caderet, linea AO ejus linea directionis dicitur. Rurſus ſi vis in H juxta lineam TAB. I. *Fig.* 1.

BH trahat, erit pariter BH ejus linea directionis.

DEFINITIO XVI.

Tab. I. Fig. 1. 24. *Diſtantia à centro motus* eſt linea CD, ex centro motus C ad lineam directionis BH perpendiculariter ducta.

COROLLARIUM.

25. Quamobrem vis & moles maxime à centro motus diſtant, ſi ſub angulo recto machinæ applicentur. Etenim ſi linea directionis BE cum machina AB angulum rectum conſtituit, diſtantia erit CB; ſin vero angulum obliquum CBH, diſtantia erit CB; ſin vero angulum obliquum CBH, diſtantia erit CD. Sed in triangulo rectangulo CBD linea CB, major eſt linea CD (§. 144 *Geom.*).

DEFINITIO XVII.

26. *Centrum gravitatis* eſt punctum, quo corpus in duas partes æquiponderantes dividitur.

DEFI-

DEFINITIO XVIII.

27. *Centrum magnitudinis* eſt punctum, quo corpus in duas partes æquales dividitur.

DEFINITIO XIX.

28. *Linea horizontalis* eſt, cujus ſingula puncta à centro Telluris æque diſtant.

COROLLARIUM I.

29. Proprie linea horizontalis eſt arcus circuli ex centro Terræ deſcriptus (§. 13. *Geom.*).

COROLLARIUM II.

30. Quoniam vero chordæ parvorum arcuum potiſſime in circulis majoribus cum arcubus fere coincidunt, vel non ſenſibiliter ab his differunt (126 *Geom.*); linea recta M P, quæ lineam horizontalem veram in loco dato C tangit, pro horizontali accipitur. Tab. I. *Fig.* 9.

DEFINITIO XX.

Tab. I. Fig. 9. 31. *Linea horizontalis apparens* M P eſt, quæ veram in dato puncto C tangit.

DEFINITIO XXI.

32. *Gravitas* eſt vis, qua corpora verſus Centrum Telluris pelluntur.

THEOREMA I.

Tab. I. Fig. 10. 33. *Corpus D E ita ſuſpenſum, ut linea A B, ex qua ſuſpenditur, per centrum gravitatis tranſeat, quieſcet. Similiter quieſcet, ſi centro gravitatis innititur.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim corpus centro gravitatis in duas partes æquiponderantes dividitur (§. 26.) pars E tantum premit deorſum ex uno latere, quantum pars D ex altero, unde nulla adeſt ratio, cur potius pars D quam pars E

at-

Digitized by Google

attollatur. Ergo neutra attollitur, adeoque grave quieſcit. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

34. Ergo quicquid centrum gravitatis ſuſtinet, pondus totius corporis ſuſtinet.

COROLLARIUM. II.

35. Hinc tota corporis gravitas, tanquam in centro gravitatis collecta concipi poteſt.

THEOREMA II.

36. *In corporibus homogeneis ejuſdem ubique latitudinis & craſſitiei, centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidit.*

DEMONSTRATIO.

In hoc enim caſu nulla adeſt ratio, cur partes æque magnæ non ſint æquiponderantes; ſunt ergo æquiponderantes. Quare cum corpus centro magnitudinis in duas partes æque magnas

Digitized by Google

(§. 27.), centro vero gravitatis in duas partes æque graves (§. 26.) dividatur; centrum gravitatis cum centro magnitudinis coincidere debet. Q. E. D.

PROBLEMA I.

37. *Determinare centrum gravitatis in corpore quocunque.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 11. Super fune extenſo aut acie priſmatis trigoni F G corpus datum H I huc illucque promoveatur, donec in æquilibrio permaneat; erit in linea K L, cui innititur, centrum gravitatis (§. 34).

2°. Quod ſi jam corpus eidem funi aut priſmati juxta aliam lineam M N imponatur, erit denuo in ea centrum gravitatis (§. cit.); conſequenter in puncto O, ubi ſe ambæ lineæ interſecant.

Subinde centrum gravitatis invenitur, ſi corpus ſuper cuſpide ſtyli ul-

Digitized by Google

ultro citroque promoveatur. E. gr. diſcus ſuper cuſpide furculæ.

THEOREMA III.

38. *Si linea directionis intra baſin cadit cui corpus innititur, immotum manet, & cadere nequit: quamprimum vero linea directionis extra baſin emovetur, in eam partem corpus ruet, in quam linea directionis à baſi recedit.*

DEMONSTRATIO.

Linea directionis eſt linea recta, juxta quam corpus in dato caſu vel actu movetur, vel moveretur, niſi impedimentum obſtaret, (§. 23). Jam ſi hæc intra baſin corporis cadit, corpus juxta hanc lineam moveri nequit, manebit igitur immotum: *Quod erat primum.*

Contra ſi linea directionis extra baſin corporis cadit, nihil impedit, quo minus juxta illam moveatur. Proinde

Digitized by Google

neceſſe eſt, ut cadat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

39. Quo latior igitur baſis eſt, cui corpus innititur, eo difficilius ſubverti poteſt; nam linea directionis per magnum intervallum moveri debet, antequam extra baſin dimoveatur.

LEMMA.

Tab. I. Fig. 9. 40. *Recta MP circulum tangens in C efficit cum radio CL angulum rectum in puncto contactus C.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus radium CL non eſſe ad MP perpendicularem; ergo ex L duci poterit alia linea ad MP perpendicularis (§. 69 *Geom.*). Sit ea LP; quoniam angulus P eſt rectus, erit LC major quam LP (§. 144 *Geom.*). Eſt vero LC = LN (§. 27 *Geom.*), conſequenter LN major quam LP: quod cum

Digitized by Google

cum ſit abſurdum, angulus ad C rectus eſt. Q. E. D.

THEOREMA IV.

41. *Linea directionis corporum gravium, ad lineam horizontalem apparentem eſt perpendicularis.*

DEMONSTRATIO.

Corpora gravia vi gravitatis verſus centrum Terræ tendunt (§. 32), adeoque eorum lineæ directionis cum radio Terræ C L coincidunt (§. 23 *Mech.* & §. 13 *Geom.*). Linea horizontalis apparens M P tangit peripheriam Terræ in C (§. 31). Ergo linea directionis gravium, cum linea horizontali apparente facit angulum rectum (§. 40) conſequenter ad hanc eſt perpendicularis (§. 18 *Geom.*). Q. E. D. TAB. I. *Fig.* 9.

COROLLARIUM.

42. Quoniam tota corporis gravitas in centro gravitatis collecta eſt (§. 35); linea dire-

directionis gravium, ex centro gravitatis ad lineam horizontalem apparentem perpendiculariter ducenda eſt.

PROBLEMA II.

43. *Invenire, utrum corpus grave in dato ſitu à lapſu ſecurum ſit, nec ne.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur centrum gravitatis corporis gravis (§. 37).

2. Ex eo demittatur perpendicularis in lineam horizontalem apparentem (§. 69 *Geom.*).

Quod ſi perpendiculum intra baſin corporis cadit, à lapſu ſecurum eſt; ſi vero extra baſin cadit, certo ruet in eam partem, verſus quam perpendiculum cadit. Q. E. D.

DEMONSTRATIO.

Quoniam perpendiculum ex centro gravitatis, ad lineam horizontalem apparentem ductum fuit, erit illud

Digitized by Google

illud linea directionis corporis (§. 42). Quod ſi hæc intra baſin corporis cadit, à lapſu ſecurum eſt; ſin minus, corpus in eam partem ruet, in quam cadit linea directionis (§. 38). Q. E. D.

SCHOLION.

44. *Per præſens Problema ratio inveniri poteſt omnium poſſibilium poſiturarum, & inceſſus & hominum & animalium explicari, quemadmodum* Borellus *in opere ſuo* de motu animalium. Part. 1. Prop. 145. & ſeqq. *fecit.*

THEOREMA V.

45. *Si ex duabus extremitatibus A & C vectis ABC duo pondera G & F ſuſpenduntur, quorum ea eſt ratio, quam habet diſtantia minoris F ad diſtantiam majoris G, gravia in æquilibrio ſunt & neutrum poteſt alterum movere.* Tab. I. *Fig.* 12.

DEMONSTRATIO.

Æquet ex. gr. F libram unam & G

3

3 libras; ſint præterea ponderum lineæ directionum C F & A G, in C & A ad A C perpendiculares; erit B C diſtantia ponderis F, & A B diſtantia ponderis G (§. 24). Conſequenter ſecundum noſtram hypotheſin A B: B C = 1 : 3.

Quoniam gravitas corporum non mutatur quomodocunque varietur figura, cogitetur utrumque pondus in cylindros ejuſdem craſſitiei converti; ita ut ſemilibra longitudinem diſtantiæ minoris A B recipiat, ſic cylindrus I K, in quem minus pondus F converſum fuit, 2; alter vero H I, qui ex majori G provenit, 6 partes ipſi A B æquales continet. Quod ſi porro cogitetur lineam B C in D prolongari, uſque dum C D = A B, & contra A B in E uſque dum A E = B C, linea E D longitudini totius cylindri H K æqualis erit. Atqui linea E D in puncto B in duas partes æquales diviſa eſt: quandoquidem à B uſque ad E 4, & à B uſque ad D itidem 4 partes

tes ſunt ipſi AB æquales. Cum cylindri HK centrum gravitatis in centro magnitudinis ſit (§. 36;) linea BM, ex qua ſuſpenditur, per illius centrum gravitatis tranſit. Pendet igitur quietus (§. 33); adeoque neuter cylindrorum HI & IK, conſequenter etiam neutrum æquipollentium ponderum G & F præponderabit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

46. Quocirca, ſi pondera F & G æqualia eſſe debent, neceſſe eſt, ut æquales quoque ſint diſtantiæ AB & BC. Nam F : G = AB : BC. Ergo ſi F = G, erit quoque AB = BC (§. 53 *Arithm.*).

SCHOLION.

47. *Hoc unico Theoremate omnia nituntur, quæ in univerſa Mechanica demonſtranda veniunt. Proinde ut familiare reddatur, neceſſe eſt; in hunc finem inſuper oſtendam juxta exemplum* Jungnickelii in Clave Mechanicæ, p. 107. 108. *qua ratione experimento comprobari poſſit.*

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA III.

48. *Legem Mechanicæ fundamentalem, vel Theorema præcedens experimento examinare.*

RESOLUTIO.

1. Elaborari curetur per ſcriniarium baculus priſmatico quadrangularis, cujus latitudo craſſitudinem excedere poteſt, ab eoque reſecari 8 ſegmenta ejuſdem longitudinis; præterea aliud duplæ, aliud triplæ, aliud quadruplæ longitudinis.

TAB. II. *Fig.* 13. 2. Segmentum longitudinis duplæ imponatur aciei priſmatis trigoni, deprehendes illud in æquilibrio permanſurum, ſi pars A C parti CB æqualis fuerit.

3. Quod ſi ſuper eodem priſmate collocetur ſegmentum triplæ longitudinis DE, ita ut FD duas partes, & EF unam accipiat, ipſi F E 3 ſegmenta ſimplicis longitudinis ſuper imponenda erunt, antequam DE ad æquilibrium reducatur.

4. Si-

4. Similiter ſi aciei priſmatis imponatur ſegmentum longitudinis quadruplæ GH, ita ut GI tres partes, HI unam habeat, ipſi HI 8 alia ſuperimponenda erunt, antequam GH in æquilibrio ſuſtineatur.

Dico hæc conſona eſſe legi fundamentali, quæ in theoremate præcedente demonſtrata fuit.

DEMONSTRATIO.

Etenim ſupponere licet partes ſegmentorum AC & CB, DF & FE, GI & IH omni prorſus gravitate carere, & ejus loco in ipſarum centris gravitatum quæ in medium incidunt (§. 36.) pondera appenſa eſſe gravitati partium & ſegmentorum ipſis ſuperimpoſitorum ſimul æqualia (§. 35). Quoniam vero ſegmenta librata horizonti ſunt parallela; erunt lineæ directionum ponderum, ad lineas AB, DE & HG perpendiculares (§. 41.), horumque diſtantiæ à centro motus; dimidiis lineis A

Digitized by Google

C & CB, DF & FE, GI & IH æquales. Quare cum gravitates partium æquiponderantium eam habeant rationem, quam diſtantiæ inverſe ſumtæ, ita ut e. gr. poſito I G 3 librarum, & I H unà cum ſegmentis ſuperimpoſitis 9 librarum, I H ſit 1 & I G 3; clare patet hoc experimento theorema præcedens confirmari. Q. E. D.

DEFINITIO XXII.

49. *Libra* eſt inſtrumentum, quo cujuſvis corporis gravitas explorari poteſt.

PROBLEMA IV.

Tab. I. *Fig.* 14.

50. *Juſtam libram conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Jugum A B bifariam dividatur in C, fiantque tum brachia A C & & C B, tum lances D & E, ejuſdem prorſus ponderis.

2. In

2. In C excitetur perpendiculariter lingula CK, fiatque jugum AB intra trutinam HI mobile;

Quod ſi lingula, ſuſpenſa libra ex trutina HI, intra eandem abſcondatur, corpora lancibus impoſita ſunt æque gravia.

DEMONSTRATIO.

Si libra ex I ſuſpendatur; erit trutina HI ad lineam horizontalem perpendicularis (§. 41). Proinde quando lingula CK intra eam abſconditur, cum ea ſit ad jugum AB perpendicularis, jugum AB erit horizonti parallelum. Cum vero lineæ directionum ponderum in D & E, cum brachiis AC & CB angulos rectos conſtituant (§. 41.) eorum diſtantiæ brachiis AC & CB æquales ſunt (§. 24). Quoniam vero AC = CB; pondera utrinque in D & E ſuſpenſa, etiam æqualia ſunt (§. 46). Q. E. D.

COROLLARIUM.

51. Quocirca ſi brachia AC & CB ſunt inæqualia, libra doloſa eſt.

PROBLEMA V.

52. *Libram examinare, utrum juſta ſit nec ne.*

RESOLUTIO.

Permutentur lances aut pondera in iis æquilibrata. Quod ſi maneat æquilibrium, libra juſta eſt; ſin minus, doloſa.

DEMONSTRATIO.

Si libra doloſa eſt, brachia inæqualia ſunt (§. 51.); adeoque lanx ex majori brachio ſuſpenſa levior altera (§. 45). Quare ſi lancem leviorem è minori, graviorem è majori brachio ſuſpendas, æquilibrium tollitur. Q. E. D.

DE-

Digitized by Google

DEFINITIO XXIII.

53. *Statera* eſt libra, qua ope unius ponderis, gravitas diverſorum corporum explorari poteſt. TAB. I. *Fig.* 15.

PROBLEMA VI.

54. *Stateram conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Jugum MN dividatur in quotlibet partes æquales.

2. In extremitate primæ diviſionis O erigatur perpendiculariter lingula OP, cum trutina eo modo, quo in libra vulgari (§. 50.) factum eſt.

3. Brachium minus OM oneretur, donec majori ON æquilibretur.

4. Ex brachio majori ſuſpendatur pondus R quod pro lubitu huc illucque promoveri poteſt, quo facto ſtatera erit conſtructa.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Quia inter brachia MO & NO æquilibrium eſt, idem eſt ac ſi prorſus gravitate carerent. Ergo pondus R in 1 cum una, in 2 cum duabus, in 3 cum tribus, in 4 cum quatuor &c. libris in M æquilibratur (§. 45). Proinde ope unici ponderis gravitas corporum admodum diverſæ gravitatis explorari poteſt, atque adeo MNO (§. 53) eſt ſtatera Q. E. D.

SCHOLION.

55. *Tutius eſt, ut puncta* 1. 2. 3. 4. &c. *in brachio majori experientia determinentur, & tum non opus eſt, ut ad æquilibrium reducantur brachia, inprimis ſi onera ingentia ex. gr. currus fœno onuſti ponderandi; enim vero quo brachium majus gravius eſt minore, eo minori pondere magnum onus ponderari poteſt.*

PROBLEMA VII.

TAB. I. Fig. 1. 56. *Data gravitate vectis AB, diſtantia centri gravitatis CV, diſtantiis*

pon-

ponderis A C, atque vis C B, unà cum pondere O, invenire magnitudinem vis mortuæ.

RESOLUTIO.

1. Concipiamus vectem gravitatis expertem, hujuſque loco in ejus centro gravitatis V appenſum pondus eidem æquale G (§. 35): reperietur pondus in A ſuſpendendum, ut vectis in æquilibrio maneat. (§. 45.)

2. Pondus inventum ſubtrahatur à pondere dato, reſiduum erit pondus à vi in B ſuſtentandum.

3. Quoniam vero illud ad vim mortuam in B applicandam ſe habet ut BC ad CA (§. 45.); hæc per regulam trium (§. 85 *Arithm.*). eruetur.

EXEMPLUM.

Sit CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 tb. O = 300 tb.

1 — 2 — 10   5 — 1 — 280

10   5) 25 (56 tb. vis

20 tb   30

300 pondus   30

280   0

PROBLEMA VIII.

Tab. I. Fig. I. 57. *Data gravitate vectis A B, diſtantia centri gravitatis C V, diſtantiis vis B C atque ponderis C A, unà cum vi mortua invenire pondus.*

RESOLUTIO.

1. Quæratur ut in problemate præcedente pars ponderis, quam ſolus vectis ſuſtentare valet.

2. Quæratur eadem ratione pars altera ponderis, quam vis in B applicata ſuſtentare valet.

3. Partes ſigillatim repertæ addantur: ita prodit pondus quæſitum.

EXEMPLUM.

Sit C A = 1, C V = 2, C B = 5, G = 10 ℔; vis mortua 56 ℔.

1 — 2 — 10
10
20 ponderis prima pars.

1 — 5 — 56
5
280 ponderis pars altera.
20 ——— prima.
300 pondus integrum.

PRO-

PROBLEMA IX.

58. *Datis gravitate vectis G, pondere O, vi mortua, longitudine ac centro gravitatis V vectis A B, invenire centrum gravitatis commune C, ubi ſc. vectis fulcro imponendus, ut pondus à vi ſuſtentari queat.* Tab. I. *Fig.* 1.

RESOLUTIO.

1. Quæratur primò centrum gravitatis commune Z, vis mortuæ in B applicatæ & gravitatis vectis G, inferendo: ut ſumma ex vi mortua & gravitate vectis, ad gravitatem vectis, ita V B ad ZB, vel diſtantiam à centro gravitatis communi. (§. 45.)

2. Subtrahatur ZB ex AB, innoteſcet AZ;

3. Concipiatur in Z appenſum pondus gravitati vectis G, & vi mortuæ in B junctim ſumtis æquale (§. 35), invenietur ut ante linea CZ, conſequenter punctum C, quod quærebatur.

EXEMPLUM.

Sit vis in B = 56, gravitas vectis G = 10, pondus O = 300 lb. AB = 6, VB = 3.

66 — 10 — 3

$\frac{3}{30}$ $\quad \frac{30}{66}$ (6 $\frac{30}{66}$ — $\frac{5}{11}$ = ZB.

$\frac{66}{11}$ = AB.

$\frac{61}{11}$ = AZ.

366 — 66 — $\frac{61}{11}$

hoc eſt 61 — 11 — $\frac{61}{11}$ (§. 59. 96 *Arithm.*)

$\frac{11}{11}$

$\frac{61}{61}$ (1 = AC.

THEOREMA VI.

Tab. I. Fig. 16. 59. *Si pondus in B inter centrum motus C & locum vis A applicatum eſt, pari modo vis mortua in A ad pondus in B eam rationem habebit, quam habet diſtantia ponderis CB ad diſtantiam vis CA.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Producta CA in D, donec DC = CA, manifeſtum eſt vim in A tantum valere, quantum vis in D (§. 46.). Atqui ſi vis in D pondus in B ſuſtinet, ad illud eſt, ſicut BC ad CD, ſeu CA (§. 45.). Ergo neceſſe eſt, ut vis in A ad pondus in B ſit, ſicut BC ad CA. Q. E. D.

SCHOLION.

60. *Vectem hunc in poſterum* vectem homodromum, *priorem vero* vectem heterodromum *vocabimus.*

PROBLEMA X.

61. *Datis gravitate E & centro gravitatis F vectis homodromi CA, pondere G, diſtantia ponderis CB, & vis mortuæ CA, invenire quantitatem vis mortuæ in A.* Tab. I. Fig. 16.

RESO-

RESOLUTIO.

1. Quæratur vis in A applicanda, vectem ſolum ſuſtentatura (§. 59.).

2. Quæratur porro vis in A requiſita ad pondus datum G ſolum ſuſtentandum (§. cit.).

3. Addantur vires ſigillatim repertæ in unam ſummam: ita prodit vis quæſita.

EXEMPLUM.

Sit CB = 1, CF = 3, CA = 6, G = 300 ℔. E = 10 ℔.

6 — 3 — 10
vel 2   1   10 (§. 95. 96. *Arithm.*)
1
1ø (5 ℔. vis pars prima.
2

6 — 1 — 300
1
3øø (50 ℔. vis pars altera.
66   5 ℔. ——— prima.
55 ℔. vis integra.

SCHOLION.

62. *Qui problemata de vecte hucuſque tra-*

dita

dita ſibi familiaria reddit, & præterea meminit, quæ ſupra (§. 10.) monuimus: is totum Borelli *opus de motu animalium intelliget. Innumeros alios caſus jam ſilentio tranſeo, in quibus hi calculi uſui ſunt. Etenim nullum fere datur inſtrumentum in artibus, nec ullus corporis motus in natura, quo applicari non poſſint.*

THEOREMA VII.

63. *Si vis vectem ex L in M deprimit, erit ſpatium quod vis percurrit, ad ſpatium per quod movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.* TAB. II. Fig. 17. 18.

DEMONSTRATIO.

Dum enim vis per arcum LM ſe movet, pondus per arcum HN elevatur. Eſt ergo ſpatium ponderis ad ſpatium vis, ut arcus HN ad arcum LM, hoc eſt, ob angulos ad I æquales (§. 40. *Geom.*) ut HI ad IL; conſequenter ut vis mortua ad pondus (§. 45.). Q. E. D.

CO-

COROLLARIUM I.

Tab. II. Fig. 17. 18. 64. Si ex N ad H I demittatur perpendiculum N O, & ad I L ex M perpendiculum M R; erit N I ad N O, ut M I ad M R (§. 10 *Trigon.*); conſequenter N I : M I = N O : M R (§. 83. *Arithm.*). Eſt ergo altitudo per quam pondus movetur, ad altitudinem per quam deſcendit vis, ut vis mortua ad pondus.

COROLLARIUM II.

65. Proinde tantundem virium requiritur ad movendas 3 libras per 1 pedem, quantum ad movendam eodem tempore 1 libram per 3 pedes.

COROLLARIUM III.

66. Quia celeritas motus ex ſpatio certo quodam tempore percurſo æſtimatur; erit etiam celeritas, qua vis ſe movet, ad celeritatem qua movetur pondus, ut pondus ad vim mortuam.

SCHOLION.

67. *Videmus itaque per vectem vim minime augeri, ſed tantum aptam reddi, ut motum lentius quam alias producat. Motum igi-*

Digitized by Google

igitur acceleraturus, vim in H & pondus in L transferre debet: tum vis major eſt pondere, compendium vero temporis habetur.

THEOREMA VIII.

68. *Si linea directionis vis mortuæ cum radio rotæ A C, & linea directionis ponderis E cum radio cylindri C B angulum rectum efficit; vis mortua ad pondus eſt, ut radius cylindri C B ad radium rotæ A C.* TAB. I. Fig. 2.

DEMONSTRATIO.

Vis pondus ſuſtineret, etſi præter lineam A B nihil reſtaret. Quare cum centrum motus ſit in C, in B pondus & in A vis mortua normaliter applicata; erit hæc ad illud ut C B ad C A (§. 10. 45.). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

69. Si linea directionis vis mortuæ F H cum radio rotæ F C angulum obliquum efficit; perinde eſt ac ſi eſſet applicata in G; erit ergo ad pondus ut C B ad C G.

CO-

COROLLARIUM II.

70. Si angulus G F C, quem vis cum radio rotæ conſtituit, & radius rotæ dantur, linea G C per *Trigonometriam* invenitur (§. 20. *Trigon.*).

COROLLARIUM III.

71. Vis eſt efficaciſſima, ſi ejus linea directionis cum radio rotæ angulum rectum efficit. (§. 25. 45.).

COROLLARIUM IV.

72. Quoniam ratione vis mortuæ, rota tanquam vectis conſiderari poteſt (§. 10.); omnia problemata de vecte, rotis applicari poſſunt.

PROBLEMA XI.

Tab. II. Fig. 19. 73. *Dato pondere C, una cum radiis axium B H, A D, E F, & rotarum B A, D E, F G, invenire vim mortuam in G applicandam.*

RESOLUTIO.

1.° Quæratur primo vis peripheriæ rotæ primæ applicanda, ut pondus C cylindro ejus B H appenſum ſuſtentare valeat (§. 68.)

2. Hæc

Digitized by Google

2. Hæc vis ſpectetur tanquam pondus cylindro rotæ ſecundæ appenſum, indeque iterum determinetur (§. cit.) vis peripheriæ ejuſdem rotæ applicanda, ut illud, conſequenter etiam rotam cum pondere C detinere poſſit.

3. Hæc operatio continuetur, donec ad vim peripheriæ ultimæ applicandam ventum erit.

EXEMPLUM.

Sit C = 6000. ℔. BH = 6, AB = 34, AD = 5, DE = 35, EF = 4, FG = 27.

34 — 6 — 6000
vel 17   3   3
18000

2
17
1554
18000
17777
111

$1058\frac{14}{17}$ vel
1059 vis in A

35 — 5 — 1059
7   1

3 2
1059
777

$151\frac{2}{7}$ vis in E.

27 — 4 — $151\frac{2}{7}$

1
2
261

$\frac{4}{1}$
$605\frac{1}{7}$ 605
277
2

$22\frac{11}{27}$ vis in G.

SCHOLION.

74. *Si data vi quæratur pondus, non alia re opus eſt, quam ut à vi in G initium fiat, & pondus in E pro vi in E aſſumatur, &c.*

THEOREMA IX.

TAB I. Fig. 2. 75. *Si ope axis in peritrochio vis movet pondus, erit ſpatium vis ad ſpatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Dum rota ſemel circumagitur, cylindrus I B K etiam ſemel circumvolvitur, (§. 12.); adeoque pondus E attollitur per tot pedes, quot continet peripheria cylindri. Ergo peripheria cylindri repræſentat ſpatium ponderis, & peripheria rotæ ſpatium vis. Eſt adeo illud ad hoc, ut peripheria cylindri ad peripheriam rotæ, vel (quod eodem recidit) ut radius cylindri C B ad radium rotæ C A, conſequenter ut vis mortua ad pondus (§. 68.). Q. E. D.

SCHOLION.

76. *Si plures rotæ ſe mutuo excipiunt, adver-*

Digitized by Google

vertendum eſt, quod eidem cylindro affixæ, eodem tempore in orbem redeant; minor vero, quæ majori occurrit vel à majore circumagitur, toties circumvolvatur, interea dum major ſemel circumvolvitur, quoties peripheria minoris in peripheria majoris continetur; ſeu, quod idem eſt, quoties numerus dentium majoris numerum dentium minoris complectitur.

PROBLEMA XII.

77. *Datis rationibus radiorum vel peripheriarum rotarum minorum, ad radios vel peripherias majorum, invenire converſiones, quas ſubit rota velociſſime circumacta, eo tempore quo tardiſſime mota ſemel convertitur.* TAB. II. *Fig.* 19.

RESOLUTIO.

1. Dividantur peripheriæ rotarum majorum per peripherias minorum.
2. Quoti ducantur in ſe invicem.

Factum erit numerus, qui indicat converſiones, quas ſubit rota G velociſſime mota, eo tempore, quo tardiſſime mota A ſemel convertitur, (§. 76.)

EXEMPLUM.

Sit peripheria rotæ A 24, minoris D 12;

S 2 alte-

Digitized by Google

alterius rotæ majoris E 36, alterius minoris F 9.

$$\left.\begin{matrix}24\\12\end{matrix}\right\}2 \qquad \left.\begin{matrix}36\\9\end{matrix}\right\}\begin{array}{c}4\\2\\\hline 8\end{array}$$

Rota igitur ultima G 8 converſiones ſubit, dum A ſemel circummeat.

SCHOLION.

78. *Peripheriæ quoque dantur per numeros dentium, quia dentes in rotis ſibi mutuo occurrentibus æque magni ſunt.*

PROBLEMA XIII.

79. *Datis revolutionibus rotæ velociſſime circumactæ, dum tardiſſime mota ſemel circummeat, invenire numerum rotarum & numerum dentium in rotis atque tympanis, vel paxillorum in curriculis.*

RESOLUTIO.

1. Numerus datarum revolutionum reſolvatur in factores; hinc intelligetnr, quot rotis dentatis & tympanis vel curriculis opus ſit, tot ſc. quot factores prodibunt.

2. Nu-

2. Numerus dentium in tympanis pro arbitrio aſſumtus ducatur ſigillatim in ſingulos factores antea inventos; facta exhibebunt numeros dentium in rotis, quibus totidem tympana vel curriculi occurrunt. (§. 77. 78).

EXEMPLUM

Rota velociſſime mota 40 revolutiones abſolvere debet, dum tardiſſime mota ſemel circumagitur. Quoniam 40 ex multiplicatione 5 in 8 oritur, intelligitur duabus opus eſſe rotis dentatis totidemque tympanis vel curriculis. Quod ſi curriculi habuerint bacillos 6; rota tardiſſime mota A habebit dentes 48, media E 30, ultima G, cui vis applicatur, nullis inſtruenda, figuram ſortitura pro vis applicandæ conditione. TAB. II. *Fig.* 19.

PROBLEMA XIV.

80. *Data vi, datoque pondere, invenire numerum rotarum & rationes radiorum illorum ad radios axium, ſeu rotarum minorum, eidem cylindro affixarum.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, ut conſtet, quoties hæc in illo contineatur.

2. Quotus diſcerpatur in factores.

Numerus enim factorum indicat numerum rotarum; & diametri axium vel tympanorum aut curriculorum ſe habebunt ad diametros rotarum, eidem cylindro cum illis affixarum, ut unitas ad factores ſingulos (§. 73).

EXEMPLUM.

Sit pondus 30000 ℔ vis 60 ℔, erit quotus 500 ℔., qui reſolvitur in factores 4. 5. 5. 5. Quatuor igitur conſtrui poſſunt rotæ, in quarum una diameter axis eſt ad diametrum rotæ ut 1 ad 4, in reliquis ut 1 ad 5.

SCHOLION.

81. *Reſolutio numerorum in ſuos factores ab exercitio pendet. Commodiſſime vero inſtituitur, diviſionem numeri reſolvendi per numeros parvos tentando. Subinde non ſuccedit, ut numerus datus in puros integros reſolvi queat. Quo in caſu, vel tandem cum integris fractio eſt retinenda, vel, ſi res id per-*

Digitized by Google

permittit, numerus aliquantum eſt augendus, donec exacte dividi poſſit.

PROBLEMA X.

82. *Si corpus D, ſuper plano inclinato A C, ſuſtinetur à vi K, cujus directio D K longitudini plani A C parallela: vis K ad corpus D eſt, ut altitudo plani A B ad longitudinem A C.* TAB. I. Fig. 7.

DEMONSTRATIO.

Sit D H linea directionis ponderis D: tota ejus gravitas in unum punctum veluti in F collocata concipi poteſt (§. 23. 35.). Idcirco ponderis diſtantia à centro motus eſt E F, diſtantia vero vis eſt E D (§. 24). Verum cum D E F repræſentet vectem (§. 10.), cujus centrum motus in E; vis K in D eſt ad pondus D in F, ut E F ad E D (§. 45). Et quia anguli D E G & E F G ſunt recti; nec non angulus E G F utrique triangulo E F G & D E G communis; erit quoque angulus E D F angulo F E G, conſequenter angulus D E F angulo E G F æqualis (§. 78. S 4 *Geom.*);

Geom.); adeoque EF: ED = GF: EG (§. 148. *Geom.*). Rurſus quia anguli ad G verticales æquales ſunt (§. 40. *Geom.*) & anguli ad F & H recti; erit etiam GF: EG = GH: GC (§. 148 *Geom.*), Tandem quoniam GH: GC = AB: AC (§. 149. *Geom.*), atque adeo EF: ED = AB: AC (§. 57. *Arithm.*); AB eſt ad AC, ut vis mortua ad pondus. Q. E. D.

THEOREMA XI.

Tab. II. Fig. 20.

83. *Si pondus R, impoſitum plano inclinato LN, ſuſtinetur à vi, cujus directio RI eſt parallela baſi MN: vis ad pondus eſt, ut altitudo LM ad baſin MN.*

DEMONSTRATIO.

Patet ex demonſtratione theorematis præcedentis (§. 82.) aſſumi poſſe, ac ſi in vecte TQS, vis in T, pondus in S applicatum eſſet: conſequenter vis ad pondus eſt, ut QS ad TQ ſeu RS (§. 45). Quare cum in demonſtratione modo memorata porro oſtenſum ſit, triangula RQS, SQO, O

PN

Digitized by Google

PN & LMN eſſe ſimilia; erit QS : SR = SO : QS = OP : PN = LM : MN (§. 148. 149 *Geom.*) atque adeo vis ad pondus, ut LM ad MN. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

84. Proinde in cochlea, vis mortua eſt ad pondus vel reſiſtentiam ſuperandam (§. 3), ſicut diſtantia helicum ad peripheriam cochleæ; Nam cochlea nil aliud eſt, quam planum inclinatum in ſuperficie cylindri in orbem circumductum (§. 20). Vis autem juxta directionem baſi parallelam movetur.

COROLLARIUM II.

85. Quamobrem cochleæ helicum anguſtiorum, plus efficaciæ habent, quam quæ inſtructæ ſunt helicibus amplioribus, eadem cylindri manente craſſitudine.

COROLLARIUM III.

86. Si pondus ex N uſque in O movetur, ad altitudinem OP elevatum fuit, vis vero movetur per lineam PN. Eſt ergo ſpatium vis ad ſpatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam (§. 83). TAB. II. *Fig.* 20.

COROLLARIUM IV.

87. Idem quoque locum obtinet in cochlea. Dum enim vis movetur per peripheriam cochleæ, pondus per diſtantiam heli-

cum deprimitur. Eſt adeo ſpatium ponderis ad ſpatium vis, ut diſtantia duarum helicum, ad peripheriam cochleæ, hoc eſt, ut vis mortua ad pondus (§. 84.)

PROBLEMA XV.

88. *Data vi, peripheria cochleæ & diſtantia helicum, determinare reſiſtentiam, quam vis ope cochleæ ſuperare valet.*

RESOLUTIO.

Quæratur ad diſtantiam helicum, peripheriam cochleæ & vim, numerus quartus proportionalis (§ 85 *Arithm.*). *Sic factum eſt, quod petebatur.*

EXEMPLUM.

Sit diſtantia helicum 3″, peripheria cochleæ 25″, vis 30 ℔.

3 — 25 — 30
1   10   10 (§. 59. *Arithm.*)
250 pondus

PROBLEMA XVI.

89. *Data vi, datoque pondere, cochleæ diametrum & diſtantiam helicum invenire.*

RESOLUTIO.

1. Dividatur pondus per vim, erit diſ-

diſtantia helicum 1, & quotus peripheria cochleæ (§. 84).

2. Diſtantia helicum, pro circumſtantiarum conditione aſſumta in digitis vel lineis, ducatur in quotum modo inventum, habetur peripheria cochleæ in digitis vel lineis (§. 85 *Arithm.*).

3. Indeque inveniatur diameter ejus (§. 133 *Geom.*)

EXEMPLUM.

Sit pondus 250 ℔. vis 30 ℔.

1
250 ($8\frac{1}{3}$
30 | 3''' diſtantia helicum.
25 peripheria cochleæ

314 —— 100 == 25
100
30 2500
432
2500 ($7\frac{302}{314}$ vel $7\frac{151}{157}$ diameter cochleæ.
314

COROLLARIUM.

99. Quod ſi peripheria cochleæ inventa 25''' in rectam B C transferatur, & in B perpendicularis erigatur A B (§. 70. *Geom.*) rectangulumque A B C D compleatur (§. 99. *Geom.*), in eam diſtantiæ helicum ex B verſus TAB. II. *Fig.* 21.

ſus A, & ex C verſus D toties transferantur, quot helices fieri debent, heliceſque B 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4. &c. ducantur; charta A D C B circa cylindrum, cujus peripheria rectæ BC æqualis, circumvoluta, helicem qua cylindrus ſulcandus, exhibebit.

SHOLION.

91. *Cochlea plerumque ope temonis convertitur, qui cum cylindro axem in peritrochio format* (§. 13.) *& hinc vim præter efficaciam cochleæ auget* (§. 68).

DEFINITIO XXIV.

Tab. II. Fig. 22. 92. *Cochlea infinita* ſeu *perpetua* vocatur, ſi rotam ſtellatam circumagit.

COROLLARIUM I.

93. Dentes rotæ ſtellatæ juxta obliquitatem helicum cochleæ incidi debent.

SCHOLION.

94. *Cochlea infinita pluribus quam tribus helicibus non indiget.*

COROLLARIUM II.

95. Dum cochlea ſemel circumvolvitur, rota nonniſi dentis unius intervallo promovetur, adeoque motus eſt tardiſſimus.

THEOREMA XII.

Tab. II. *Fig.* 6. 96. *Si vis D ope funis trochleam C am-*

Digitized by Google

ambientis pondus E ſuſtinet, erit ea ponderi æqualis.

DEMONSTRATIO.

Vis D ad pondus E eſt, ſicut A C ad B C (§. 18. 45.). Atqui A C = B C (§. 18). Ergo vis ponderis æqualis eſt (§. 53. *Arithm.*) Q. E. D.

THEOREMA XIII.

97. *Si vis E pondus F ope funis trochleam ambientis ſuſtinet, ita ut ambo funes ſint paralleli & trochlea ſurſum unà cum pondere trahatur, ſi motus ſequeretur, erit ea ad pondus, ut 1 ad 2.* TAB. II. *Fig. 23.*

DEMONSTRATIO.

Quoniam funis in D eſt fixus, & pondus F in H appenſum, vis eſt ad pondus, ſicut A H ad A B (§. 59.). Sed A H = $\frac{1}{2}$ A B (§. 18.). Eſt adeo vis dimidium ponderis. Q. E. D.

COROLLARIUM.

98. Proinde in polyſpaſto non ſuperiores, ſed inferiores tantum orbes effectum augent.

THEO-

THEOREMA XIV.

Tab II. Fig. 24.

99. *Si in polyſpaſto omnes funes MN, SX, QR, PO, TV paralleli ſint, vis in Z ad pondus W eſt, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur.*

DEMONSTRATIO.

Quia enim in hoc caſu pondus ſingulos funes æqualiter tendit: totum pondus per eos æqualiter diſtribuitur. Itaque vis in Z nil ſuſtinendum habet, præter partem funi MN tributam (§. 96). Eſt adeo vis ad pondus, ut 1 ad numerum funium, qui à pondere trahuntur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

100. Si pondus (500) per numerum funium (5) dividatur, vis (100) prodibit.

COROLLARIUM. II.

101. Contra ſi vis (100) per numerum funium (5) multiplicetur, pondus (500) prodibit.

COROLLARIUM III.

102. Et quia numerus trochlearum ſuperiorum & inferiorum ſimul ſumtarum in po-

Digitized by Google

polyſpaſto ſimul æqualis eſt numero funium, is prodit, ſi pondus (500) per vim (100) dividatur.

SCHOLION.

103. *Interdum orbes in polyſpaſto non ſupra ſed juxta ſe invicem collocantur, præſertim ſi plures fuerint, ne polyſpaſti altitudo in nimium excreſcat.*

THEOREMA XV.

104. *Si vis ope polyſpaſti movet pondus, erit ſpatium vis ad ſpatium ponderis, ut pondus ad vim mortuam.*

DEMONSTRATIO.

Nam ſi pondus per pedem elevandum eſt, ſinguli funes ab eo tenſi, pede ſunt decurtandi. Vis igitur tot pedes extrahere debet, quot ſunt funes. Quare ſpatium ejus eſt ad ſpatium ponderis, ut numerus funium, qui à pondere tenduntur, ad unitatem, hoc eſt, ut pondus ad vim mortuam (§. 99). Q. E. D.

THEOREMA XVI.

105. *In cuneo vis ſe habet ad pondus, vel corporis diſcindendi reſiſtentiam,* Tab. II. Fig. 20.

am, ut dimidia craſſities M L ad longitudinem M N.

DEMONSTRATIO.

Cuneus componitur ex duobus planis inclinatis. Quare cum eodem res recidat, ſive pondus per plani acclivitatem trahatur, ſive hoc ſub illo protrudatur; præterea directio vis, quæ ope cunei corpora findit cum *longitudine* cunei coincidat, vis ad pondus eſt, ut dimidia craſſities M L ad longitudinem M N (§. 83). Q. E. D.

COROLLARIUM.

186. Quamobrem acutior cuneus plus efficere valet, quam minus acutus: quia ratio ipſius M L ad M N in illo minor quam in hoc eſt.

DEFINITIO XXV.

107. Si aqua, quæ machinam ad motum animat, deſuper in rotam irruit, & ſuper eam ſubſiſtit, ut gravitate ſua in uno latere rotam ulterius deprimat; *Rota directa* vocatur.

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITIO XXVI.

108. *Rota* vero *retrograda* eſt, ſi aquæ ſuperimpendent, & ab ejus impulſu circumagitur.

COROLLARIUM I.

109. Quoniam aqua rariſſime præter quam in fluminibus permagnis ea rapiditate fertur, ut rotas molares circumagere poſſit, neceſſe eſt, ut ex alto præcipitata, impetum acquirat, ut alia corpora gravia; ac proinde locus, ubi rota conſtituenda, multo depreſſior eſſe debet, quam is, unde derivatur.

COROLLARIUM II.

110. Quoniam vero aqua declivitatem ſuam ab uno loco ad alterum ſucceſſive acquirit; declivitas in præcipitium eſt mutanda, ſi impetum concipere debet; ac proinde explorandum, quanta ſit declivitas, hoc eſt, quanto intervallo locus, ubi rota collocanda, ſit terræ centro propior quam alter, unde derivatur.

DEFINITIO XXVII.

111. *Ars libellandi* eſt ars inveniendi, quanto intervallo locus aliquis centro terræ vicinior, quam alius.

COROL-

COROLLARIUM I.

112. Quoniam lineæ horizontalis puncta ſingula à centro telluris æque diſtant (§. 28.); non alia re opus eſt, quam ut linea horizontalis loci unius uſque ad alterum producatur, hujuſque profunditas infra lineam horizontalem illius menſuretur.

COROLLARIUM II.

113. Hinc in libellatione aquarum, ante omnia lineam horizontalem invenire oportet.

PROBLEMA XVII.

TAB. II. Fig. 25. 114. Libellam *conſtruere, hoc eſt, inſtrumentum, quo invenitur linea horizontalis.*

RESOLUTIO.

1. Ex aſſere probe dedolato exſcindatur ſemicirculus ACBD & ex centro C linea tenui DH dividatur in duas partes æquales.

2. In F & E infigantur duo unci &

3. Ex centro filo tenui vel ſeta equina ſuſpendatur globus plumbeus.

Quod ſi enim inſtrumentum per uncos F & E, ita ex funi ſuſpendatur, ut filum CD incidat in lineam DH, erit

Digitized by Google

erit tam funis extenſus, quam diameter inſtrumenti A B pars lineæ horizontalis apparentis.

DEMONSTRATIO.

Linea directionis gravium ad lineam horizontalem apparentem eſt perpendicularis (§. 41.). Sed filum C D, eſt linea directionis globi plumbei (§. 23.) & ad lineam A B perpendiculare, ſi lineam D H tegit (§. 17. 37 *Geom.*). Ergo hoc in caſu A B eſt pars lineæ horizontalis apparentis. Q. E. D.

SCHOLION.

115. Ricciolus (Geogr. Reform. Lib. 6. cap. 26. f. 229.) *jam annotavit, hanc libellam, niſi ſit ingens, in diſtantiis magnis facile aberrare, quandoquidem differentiam 5 minutorum, immo dimidij gradus vix indicat. Quod ſi vero ingens fuerit, ægre hinc inde transfertur. Enim vero in hoc caſu loco ſemicirculi, aſſerem tantum tenuem E G H F diametro A B normaliter adjungere ſolent, ut radius C D uſque in G prolongari poſſit. Alias libellarum ſpecies Dioptris inſtructas deſcribo in* Elementis. TAB. II. Fig. 26.

DEFINITIO XXVIII.

116. *Declivitas* aquarum eſt linea

 recta,

recta, indicans quanto ſuperficies earum in uno loco centro telluris vicinior ſit quam in altero.

PROBLEMA XVIII.

TAB. III. Fig. 27.

117, *Aquas libellare vel declivitatem earum determinare mediante libella dioptris inſtructa.*

RESOLUTIO.

1. In utroque ripæ loco, ubi ſit initium & finis libellandi, ope ponderis ex fune ſuſpenſi exploretur altitudo ripæ ſupra ipſam ſuperficiem aquarum: quæ in ſchedula notetur.

2. In prima ripa A collocetur libella, & in altera ripa B infigatur baculus ad horizontem perpendicularis cum tabula quadrangulari nigro colore tincta, ſed in medio circulo albo vel cruce alba notata, quæ ope cochleæ altius humiliuſve pro lubitu ad baculum firmari poteſt.

3. Tabula nunc attollatur nunc deprimatur, donec per dioptras collineanti centrum tabulæ occurrat.

4. Ab A uſque in D inveſtigetur alti-

altitudo oculi A D, & à B uſque in C altitudo centri tabulæ C.

5. Priori addatur altitudo ripæ in A; poſteriori vero altitudo ripæ in B.

6. Quoniam adeo hoc modo manifeſtum fit, quantum linea D C, quæ cum linea horizontali in A parallela excurrit, utrobique à ſuperficie aquarum abſit; non alia re opus eſt quam ut ſumma prima inventa ab altera ſubtrahatur, reſiduum erit declivitas. Q. E. D.

Hic vero libella, quæ in P conſtituta eſt, loco tabulæ D in A collocata concipi debet.

Altit: ripæ in A 64″	Altit: ripæ in B 58″
A D 56	B C 72
120	130
	120
	Declivitas 10

7. Quod ſi ex uno loco alter videri nequit, procedatur per partes, dividendo ſcilicet diſtantiam datam in partes aliquot. Quoniam vero per viam loca occurrere poſſunt, altiora loco unde initium fit, collocetur libella E F inter duos baculos A Q & B H, & ſem- Tab. III. Fig. 27.

 per

per ſeorſim notentur altitudines centri tabulæ D ad ſiniſtram, & altitudines centri tabulæ C ad dextram itidem ſeorſim. Addantur priores in unam ſummam itemque poſteriores. Quod ſi enim aggregata à ſe invicem ſubtrahantur, relinquetur declivitas.

Altit. ſiniſt.	A D	34″	Altit. dext.	BC	57″
	B O	68		MP	102
Altit. ripæ in	A	64	Altit. ripæ in	M	58
		166			217
					166
			Declivitas	——	51.

Cum libella antea (§. 114.) deſcripta res peragitur tendendo funes baculis alligatos; nec tabulis opus eſt.

PROBLEMA XIX.

Tab. III. Fig. 28.

118. *Vi venti machinam movere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruantur 4 alæ ex ſcandulis, prout figura monſtrat: longitudo EA eſt circiter 30, latitudo HI 6 pedum. Cylindro FL ſub angulo 45° inſigantur. Si enim axi ad angulum rectum aptarentur, prorſus à vento circumagi

gi non poſſent. Alæ optime aptantur, ſi axem ſecant ad angulum 54°, tum ventus vim maximam exerit ad eas convertendas.

2. Cum vero alæ vento ſemper obverſæ eſſe debeant: tota machina circa axem K verſatilis eſt, ut ope vectis P Q ad turriculam firmati pro lubitu huc illucque verſari poſſit.

ALITER.

1. Turricula ex lapidibus extruatur uſque ad tectum, ita ut tantummodo hoc verſatile exiſtat. TAB. III. Fig. 29.

2. Tectum trajiciatur cylindro, alis ut antea paratis inſtructo.

3. Ad tectum firmetur trabs A B directe deorſum tendens uſque ad aream, quæ circulariter circa turriculam exſtructa fuit.

4. Hæc connectatur adhuc alii A C, quæ pariter ſupra in C ad tectum firmata eſt.

5. In area hinc inde defigantur unci ferrei.

Quod ſi enim funis per unum du-

catur, & ſucula G convertatur, tectum cum axe alligato ad uncum adducitur.

SCHOLION.

119. *Prior modus noſtris in oris uſitatus, poſteriore in Batavia utuntur. Ut in modo Batavino tectum commode circumverti poſſit, turricula annulo ligneo cingitur, & in eo canaliculus effoditur, in cujus fundo hinc inde trochleæ orichalceæ ita immittuntur, ut exiguum ſegmentum ultra eum promineat. Tandem intra canaliculum alius annulus deponitur, cui tectum ſuperſtruitur.*

PROBLEMA XX.

120. *Machinam conſtruere, quam brutum trahendo movere poſſit.*

RESOLUTIO.

1. Erigatur cylindrus verticalis: eique

2. Infigatur temo 7, 8, vel plurium etiam pedum, ſi è re fuerit, ut ad eum equus vel bos jungi queat.

3. Supra, circa eundem cylindrum aptetur horizontaliter rota ſtellata paulo ampla, & connectatur cum cylindro trabibus validis, quæ numero & longi-

gitudine radios rotæ æquent, ſed quorum latitudo ſemiſſis, craſſities dupla radiorum eſſe poteſt. E. gr. ſit longitudo radiorum 7 pedum, craſſities 2, & latitudo 7 digitorum, numerus radiorum 16; rota trabibus 16, quorum longitudo 7 pedum, craſſities $8\frac{1}{2}$, & latitudo 4 digitorum, connecti poteſt.

Sic factum eſt, quod petebatur.

PROBLEMA XXI.

121. *Machinam conſtruere, quam brutum calcando movere poteſt.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur rota ingens, & ſubcudibus tranſverſis muniatur, ut in rota directa fieri ſolet.

2. Stabulo ſuper rota conſtructo includatur brutum; pavimentum foramine perforetur, quo brutum pedibus poſterioribus ſubcudibus inſiſtat.

3. Quoniam rota ab illo latere deprimitur, brutum pedes retrahit, iiſque ſubcudem ſequentem calcat; ita rota movetur.

Digitized by Google

SCHOLION.

122. *Si pondera minora moveri debent, veluti veru cum aſſa; loco ſubcudum rota in fronte aſſeribus ſternitur, & canis intus collocatur pedibus eandem circumagens.*

PROBLEMA XXII.

123. *Machinam conſtruere, quam homo deprimendo movere poſſit.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 30. Ad cylindrum horizontaliter poſitum aptentur brachia plura per centrum axis tranſeuntia, vel ſaltem verſus id infixa; quod ſi enim alternatim brachia D C, A B manu prehendas, & deprimas, cylindrus circa axem ſuam circumagetur.

PROBLEMA XXIII.

124. *Machinam verſando movere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 31. Ad cylindrum applicetur manubrium vel rectangulum A B C D (n. 1.) vel in arcum circuli incurvatum (n. 2) E F G; cujus ope cylindrus circumduci poterit. Q. E. F. & D.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XXIV.

125. *Machinam trudendo movere.*

RESOLUTIO.

Hoc fit ope ſuculæ FGIH.

PROBLEMA XXV.

126. *Machinam calcando movere.* TAB. I. *Fig.* 3.

RESOLUTIO.

Conſtruatur rota ingens, intra cujus ambitum duo homines ſtare poſſint eodem fere modo, quem in Scholio Problematis 21 (§. 122) expoſuimus.

ALITER.

1. Vectis HF, cujus centrum motus F, ſit circa clavum ferreum mobile, horizontaliter ponatur, TAB. III. *Fig.* 32.

Idem ſuſpendatur ope perticæ EH ex manubrio EL, cylindro cuidam impacto.

Quod ſi poſito pede in G vectis deprimatur, mox iterum pes attollatur &c. cylindrus circumagetur. Q. E. F. & D.

COR-

COROLLARIUM.

127. Quoniam in caſu poſteriori pondus, quod in H applicatum intelligi debet, à centro motus longius diſtat, quam pes ipſi G inſiſtens; vis major eſſe debet pondere movendo (§. 59.). Proinde hoc movendi modo tantummodo utimur, ſi pondus movendum eſt exiguum. Attamen cum virium compendio pertica in G applicari, & manu in H vectis moveri poterit.

PROBLEMA XXVI.

128. *Machinam conſtruere, quæ à pondere deſcendente moveatur.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 34. 1. Circa cylindrum L M horizontaliter poſitum funis circumvolvatur, &

2. Idem circa trochleam G circumducatur in maxima à pavimento diſtantia.

3. Ejus denique extremitati alligetur pondus P.

Quod dum ob gravitatem ſuam deſ-

deſcendit, & funem devolvit, cylindrum circumagit. Q. E. F & D.

COROLLARIUM I.

129. Quo major eſt altitudo, per quam pondus P deſcendit, eo lentius funis devolvitur (quippe qui in hoc caſu multo longior eſſe poteſt) & eo diutius durat motus.

COROLLARIUM II.

130. Ut funis lentius devolvatur, pondus P ex polyſpaſto F G ſuſpendatur; ſi enim e. gr. polyſpaſtus 4 habet orbes, à cylindro 4 pedes funis devolvuntur, antequam pondus P per altitudinem unius pedis deſcendat.

PROBLEMA XXVII.

131. *Pondere appenſo adjuvare potentiam moventem.*

RESOLUTIO.

Sit e. gr. elevandum pondus 100 librarum. Tab. III. Fig. 35.

1. Ponderi E alligetur funis &

2. Cir-

2. Circa trochleam H F circumducatur.

3. Alteri ejus extremo alligetur pondus D elevando fere æquale.

Quod ſi manu funis H D deorſum trahatur, exigua vi opus eſt ad elevandum pondus E.

PROBLEMA XXVIII.

132. *Machinam elateris vi movere.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 36. 1. Fabricari curetur lamella chalybea, & in gyros contorqueatur: ſic elater AB erit paratus; qui

2. Thecæ cylindricæ includatur, & catenula vel chorda fidium altero ſui extremo affigatur.

3. Quoniam elater ſub initium tenſionis fortius, in fine continuo ſegnius trahit; figura fuſi G L H I, cui chorda vel catenula circumplicata, non cylindrica ſed conoidica eſſe debet. Quamquam enim potentia ſub initium fortius, ſub finem vero ſegnius trahit; attamen

ſub

ſub initium fortius, ſub finem vero ſegnius trahit; attamen ſub initium centro motus propior eſt quam ſub finem, adeoque in caſu primo ejus efficacia minuitur, in altero augetur.

SCHOLION.

133. *Quantum fuſus GH à G verſus H ſucceſſive creſcere debeat, hucuſque experientia determinatum eſt, cum ex auditu judicarunt, num horologiorum ab elatere animatorum motus ſit uniformis nec ne. Enim vero* Schottus in ſua Technica curioſa lib. 9. c. 4. *prop.* 10. p. 641. *jure poſtulat, ut ad oſcillationes perpendiculi examinetur, num rotæ tardiſſime motæ, circumvolutiones, ſint æqui diuturnæ.*

PROBLEMA XXIX.

134. *Motum machinarum temperare, ita ut curſus earum ſit uniformis.*

RESOLUTIO.

In hunc finem adhibentur rotæ libratoriæ MN, quarum peripheria integra vel plumbo obductæ vel ſolummodo qua- Tab. III. Fig. 33.

quatuor in locis ponderibus æquidiſtantibus inſtructæ ſunt.

Ad eundem finem automatis perpendicula applicantur.

COROLLARIUM.

135. Rotis libratoriis opus habemus in machinis, quæ ab hominibus & brutis moventur, ne interdum in motu intermittant.

MECHANICÆ.
FINIS

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA HYDROSTATICÆ.

DEFINITIO I.

1. HYDROSTATICA eſt ſcientia actionis fluidorum in gravitatem corporum.

DEFINITIO II.

2. *Corpus fluidum* dicitur, cujus particulæ non firmiter inter ſe cohærent, ſed facillime ſeparabiles ſunt.

SCHOLION.

3. *Hæc fluidorum proprietas dignoſcitur, ex eo quod aliis corporibus libere tranſitum permittant, proprio pondere in guttas abeant, figuram cujuslibet vaſis promte aſſumant, &, niſi intra vaſa cohibeantur, diffluant.*

DEFINITIO III.

4. *Corpus ſolidum* eſt, cujus par-

ticulæ ita firmiter inter ſe cohærent, ut ægre divelli poſſint.

DEFINITIO IV.

5. *Corpus ſpecifice levius* eſt, quod ſub eodem volumine minus pondus continet quam alterum.

DEFINITIO V.

6. Contra, *Corpus ſpecifice gravius* eſt, quod ſub eodem volumine majus continet pondus quam alterum

SCHOLION.

7. *Si globus plumbeus tantundem ſpatii occupat, quantum lapideus, ille tamen gravior erit lapideo. Proinde plumbum eſt corpus lapide ſpecifice gravius; contra lapis eſt corpus plumbo ſpecifice levius.*

DEFINITIO VI.

8. *Vis reſiſtens* dicitur, quæ actionem alterius vel in totum vel ex parte deſtruit.

AXIOMA I.

9. *Corpora gravia alia ipſis ſubjecta premunt, eaque è locis ſuis expellere nituntur.* (§. 32 Mech.).

AXIO-

Digitized by Google

AXIOMA II.

10. *Quo corpus eſt gravius, eo magis premit alia ſibi ſubjecta.*

AXIOMA III.

11. *Si duo vel plura corpora eandem habent gravitatem, æqualiter premunt.*

AXIOMA IV.

12. *Si duo vel plura corpora eandem magnitudinem, ſed diverſam gravitatem habent; gravius magis premit quam levius.*

AXIOMA V.

13. *Si duo corpora ſe mutuo vi æquali, ſed juxta lineas directionum oppoſitas premunt, motus nullus ſubſequitur: ſi vero alterutrum magis premit, quam ei reſiſtitur, motus fit juxta directionem fortioris.*

LEMMA.

14. *Si duo cylindri ſunt æque magni, & tamen inæquales habent altitudines ac baſes: altitudo primi in altitudine ſecun-*

di toties continetur, quoties baſis ſecundi, in baſi primi.

DEMONSTRATIO.

Si duo cylindri æquales ſunt, idem factum prodire debet, ſi cujuſque cylindri baſis per ſuam altitudinem multiplicetur: (§. 197 *Geom.*). Si altitudo primi ſe habet ad altitudinem ſecundi, ut baſis ſecundi ad baſin primi; erit factum ex baſi primi in ſuam altitudinem æquale facto ex baſi ſecundi in ſuam altitudinem (§. 81, *Arithm.*). Ergo ſi duo cylindri æquales ſunt, altudo primi ſe habet ad altitudinem ſecundi, ut baſis ſecundi ad baſin primi. Q. E. D.

THEOREMA I.

15. *Si duo tubi communicantes aqua repleantur, illa in utroque tubo æque alta erit.*

DEMONSTRATIO.

Tab. Hydr. *Fig.* 1. *Caſus primus.* Si tubi AB & CD ſunt ad lineam horizontalem normales, eorumque diametri æquales, aqua utrinque ejuſdem eſt gravitatis, ſi eſt æque al-

alta (§. 193. *Geom.*). Ergo aqua EB tanto conatu aquam BD è loco ſuo expellere nititur, quanto FD contra nititur (§. 9. 11). Neutra itaque alteram expellet (§. 13). Æque alta igitur ſit oportet aqua in utroque tubo: *Quod erat primum.*

Caſus ſecundus. Si baſis tubi GI eſt quadrupla baſeos tubi HK, & aqua in GI deſcendit ex L ad O: ex. gr. per unum pollicem: in anguſtiore ex M ad N per 4 pollices aſcendat neceſſe eſt (§. 14). Ponamus in tubo ampliore 4 libras per 1 moveri: in anguſtiore igitur 1 libra per 4 movenda eſt. Quare, cum uterque motus eandem vim poſtulet (§. 65. *Mech.*) eorumque lineæ directionum ſibi invicem contrariæ ſint; aqua in tubo ampliore GI. aquam in anguſtiore HK ultra punctum M elevare nequit (§. 13): *Quod erat ſecundum.* *Fig. 2.*

Caſus tertius. Si tubus PQ cum linea horizontali efficit angulum rec- *Fig. 3.*

 tum,

tum, & tubus R S obliquum; gravitas aquæ in tubo R S eſt inſtar globi in plano inclinato. Aqua igitur in tubo R S tantum valet, quantum in tubo T V, ſi utriuſque eadem eſt altitudo (§. 82. *Mech.*). Atqui aqua in T V aquam in tubo P Q ſuſtinet, ſi utraque eſt æque alta, *vi caſus primi & ſecundi.* Æquilibris igitur etiam ſit oportet aqua in tubo P Q aquæ in tubo R S, ſi utraque æque alta eſt. *Quod erat tertium.*

Fig. 4. *Caſus quartus.* Hinc porro liquet, aquam in duobus tubis X W & Y Z æquiponderaturam, dummodo utrinque æque alta ſit, etiamſi tubi diverſæ ſunt amplitudinis, & diverſos angulos cum linea horizontali efficiunt. *Quod erat quartum.*

COROLLARIUM I.

Fig. 5. 16. Proinde, ſi fundo dolii intus pice probe obducti, tubus longus in C inſeratur, & foramine pice oblito prohibeatur, ne aër vel aqua penetrare poſſit, dein dolium A B pariter ac tubus C D aqua impleatur; videbis modicam aquam in tubo C D fundum A E tanta vi ſurſum urſuram, ut aliquot

Digitized by Google

quot centupondia impoſita vincat. Etenim niſus aquæ in tubo C D tantus eſt quantus eſſet aquæ in toto cylindro F A.

COROLLARIUM II.

17. Quamobrem in preſſione fluidorum nonniſi eorum altitudo, & magnitudo baſeos preſſioni reſiſtentis conſideranda venit.

THEOREMA II.

18. *Si duo tubi communicantes fluidis diverſæ gravitatis repleantur, altitudo fluidi ſpecifice levioris ad altitudinem ſpecifice gravioris eſt, ut gravitas gravioris ad gravitatem levioris ſub eodem volumine.*

DEMONSTRATIO.

Sit ex gr. in tubo C D mercurius & in tubo A B aqua. Quoniam gravitas mercurii quater decies major eſt gravitate æqualis voluminis aquæ; demonſtrare oportet, aquam quater decies altiorem eſſe futuram in A B, quam eſt mercurius in C D. *Fig. 1.*

Si enim tubi ſunt ejuſdem amplitudinis, cylindri altitudinum rationem habent (§. 210 *Geom.*). Proinde ſi altitudo mercurii in tubo C D eſt qua-

quater decies minor altitudine aquæ in tubo A B, erit quantitas aquæ in A B quater decies major quantitate mercurii in C D; conſequenter gravitates aquæ & mercurii æquales ſunt. Quare, cum mercurius tantum premat verſus D B, quantum aqua verſus B D, (§. 11.) neutrum fluidorum alterum movebit (§. 13). Quoniam porro nihil refert, utrum tubi ſint ejuſdem amplitudinis, item utrum uterque ad lineam horizontalem perpendicularis ſit, nec ne (§. 15.); in nullo caſu nec aqua mercurium, nec hic illam movere poterit, ſi aqua quaterdecies mercurio altior fuerit. Q. E. D.

THEOREMA III.

19. *Si corpus ſpecifice gravius in fluidum levius immergitur: tantum ponderis ſui perdit, quantum eſt pondus fluidi, quod ab ipſo expellitur.*

DEMONSTRATIO.

Ponamus ex. gr. pedem cubicum plumbi ſub aquam demergi: demonſtran-

trandum eſt, quod tantum ponderis ſui amittat, quantum pes cubicus aquæ ponderat. Pes cubicus aquæ, à plumbo expulſus, ab aqua circumſtante in loco ſuo ſuſtinebatur. Jam ſi plumbum in ejus locum pervenit, oportet ut ponderis ejus tanta pars, ab aqua circumfluente ſuſtineatur, quantum fuit pondus aquæ expulſæ. Proinde plumbum tantum amittit ponderis, quantum eſt pondus, pedis cubici aquæ. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

20. Quoniam igitur pes cubicus ferri tantum ponderis in aqua perdit, quantum pes cubicus plumbi, & tamen pes cubicus plumbi gravior eſt pede cubico ferri; evidens eſt, ferrum & generaliter quodvis corpus ſpecifice levius, in eodem fluido, ex. gr. in aqua majorem ponderis ſui partem amittere, quam plumbum, vel generaliter quodvis corpus ſpecifice gravius.

COROLLARIUM II.

21. Quamvis itaque corpus ſpecifice gravius ex. gr. plumbum, corpori ſpecifice leviori, ex gr. ferro in aere æquiponderet: attamen in aqua vel alio fluido, inter ſe non

æquiponderabunt, ſed plumbum præponderabit.

COROLLARIUM III.

22. Quoniam pes cubicus plumbi in aqua tantum ponderis ſui amittit, quantum eſt pondus pedis cubici aquæ: contra in vino tantum ponderis ſui perdit, quantum eſt pondus pedis cubici vini; plumbum plus ponderis in aqua quam in vino; adeoque quodlibet corpus plus ponderis in fluido ſpecifice graviori, quam in ſpecifice leviori amittit.

COROLLARIUM IV.

23. Hinc libra plumbi æquilibrium non ſervat cum libra plumbi, ſi una aquæ, altera vero vino immergatur. Vel generaliter duo corpora, ejuſdem ſpeciei & magnitudinis, æquilibrium non ſervant, ſi fluidis diverſæ gravitatis immerguntur.

COROLLARIUM V.

24. Gravitas fluidi alicujus, eſt ad gravitatem alius corporis ejuſdem magnitudinis, ut pars ponderis, quam hoc in illo amittit, ad pondus ejus integrum. Ex. gr. gravitas aquæ ad gravitatem ferri eſt, ut pars ponderis, quam pes cubicus ferri in aqua amittit, ad pondus ejus integrum.

PROBLEMA I.

25. *Invenire pondus fluidi cujuſcunque, ex. gr. vini in dolio contenti.* RE-

RESOLUTIO.

1. Pollex cubicus plumbi è filo ſuſpenſus in fluidum, ex. gr. in vinum immittatur, ponderiſque quod amittit, quantitas notetur; ſic enim patet pondus quo pollet pollex cubicus fluidi dati (§. 19).

2. Per Geometriam determinetur maſſa fluidi, ex gr. vini in dolio contenti (§. 215. *Geom.*); quo facto

3. Per regulam trium (§. 85 *Arithm.*) invenietur pondus totius fluidi quæſitum.

Ex. gr. Pes cubicus plumbi Pariſinus in aqua amittit 72 lib. Quæritur pondus 345

1′ — 72 lib — 345
72
690
2415

Pondus aquæ 24840 lib.

COROLLARIUM.

26. Simili modo ex determinato pondere fluidi, maſſa illius reperiri poterit; ex. gr. quæritur, quantum ſpatium occupent 325000 lib. aquæ.

72 lib—1'—325000 lib

1 8 $\quad\quad \frac{1}{325000}$

3227

47384

325000 (4513' $\frac{8}{9}$ Maſſa aquæ.

72222

777

PROBLEMA II.

27. *Invenire rationem gravitatis fluidi ad gravitatem alterius fluidi ſub eodem volumine.*

RESOLUTIO.

1. Exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido *uno*, ex. gr. in aqua, amittat: ita innoteſcit pondus pollicis cubici aquei (§. 19).

2. Eodem modo exploretur, quantum ponderis cubus pollicaris lapideus in fluido altero, ex. gr. in oleo amittat: ita innoteſcet pondus, pollicis cubici olei. (§. cit.)

Itaque gravitas aquæ ad gravitatem olei eſt, ut pondus, quod cubus pollicaris lapideus in aqua perdit, ad pondus, quod idem amittit in oleo.

Ex.

Ex, gr, Pes cubicus lapideus in aqua perdit 72 lib., in oleo 66 lib. Eſt adeo gravitas aquæ ad gravitatem olei, ut 72 ad 66 vel ut 12. ad 11. (§. 59. *Arith.*)

PROBLEMA III.

28. *Dato pondere corporis ex duobus miſcibilibus compoſiti, una cum pondere, quod in fluido aliquo amittit, invenire pondera miſcibilium ſigillatim.*

RESOLUTIO.

1. Per experientiam determinetur, quantum ponderis, ex. gr. libra utriuſque miſcibilis in dato fluido, ex. gr. in aqua amittat.

2. Hinc per regulam trium porro eruatur, quantum ponderis in eodem fluido, ex. gr. in aqua amittere debeat utriuſque miſcibilis maſſa, ſi quævis mixtum pondere æquaret.

3. Decrementum minus ſubtrahatur e majori, ut conſtet exceſſus, quo pondus à ſpecifice leviori amiſſum ſuperat pondus à graviori amiſſum.

4. Porro pondus à ſpecifice gravio-

viori amiſſum ſubtrahatur a decremento ponderis corporis mixti, ut conſtet exceſſus, quo pondus a mixto amiſſum ſuperat pondus a graviori amiſſum.

5. Quod ſi ad exceſſum primum, exceſſum alterum & pondus mixti quæratur numerus quartus proportionalis (§. 85. *Arith.*): erit is pondus miſcibilis ſpecifice levioris: quod

6. A pondere mixti ſubductum relinquit pondus maſſæ ſpecifice gravioris.

Ita inventum eſt, quod petebatur.

EXEMPLUM.

Maſſa 120 librarum, ex ſtanno & plumbo commixtis compoſita, in aqua amittit 14 lib.; quæruntur pondera ſtanni & plumbi ſigillatim? Quoniam experimentando reperitur, ſtannum 37 librarum in aqua amittere pondus 5 librarum, plumbum vero librarum 23 amittere 2; calculum ita inibis.

37—5—120
5
600 lib.
37

23—2—120

2

240 lib.

23

$$\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800 - 8880}{851} = \frac{4920}{851}$$

$$14 - \frac{8880}{851} = \frac{11914 - 8880}{851} = \frac{3034}{851}$$

4920—3034—120

41   1 (120

*

26

3034 (74 lib. Pondus ſpecif. lev.

4** | 120 Pondus mixti.

* | 46 Pondus ſpecif. grav.

SCHOLION.

29. *Eodem modo ſolvi poteſt problema, quod Hydroſtaticæ originem dedit, & ab Archimede primo ſolutum fuit: quantum ſcilicet argenti coronæ Regis Syracuſarum,* 18 *libr. ponderanti admiſcuerit aurifex. Nam quia* 18 *libr. auri in aqua perdunt* 1 *lib.: at* 18 *lib. argenti* $1\frac{1}{2}$ *lib, tandemque corona amiſit* $1\frac{1}{3}$ *ponderis ſui, eam ex* 12 *lib. argenti &* 6 *lib. auri conflatam eſſe deprehenſum fuit.*

THEOREMA IV.

30. *Corpus ſpecifice gravius, in flui-*

do

do ſpecifice leviori, vim adhibet ad deſcenſum æqualem exceſſui ponderis ſui, ſupra pondus fluidi ejuſdem voluminis.

DEMONSTRATIO.

Corpus immerſum amittit partem ſui ponderis, æqualem ponderi fluidi, quod æquale ſpatium cum corpore occupat (§. 19). Ergo nonniſi vim reſiduam in deſcenſum impendere poteſt. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

31. Vis igitur, quæ corpus ex. gr. in aqua ſuſtentat, æqualis eſt exceſſui gravitatis corporis ſupra gravitatem æqualis voluminis aquæ. Ex. gr. 37 libræ ſtanni in aqua amittunt de pondere ſuo libras 5. Adeoque 32 libræ hanc maſſam in aqua ſuſtentare poſſunt.

SCHOLION.

32. *Datis igitur ſolidi ſubmerſi magnitudine & gravitate, determinari poteſt vis, qua ſuper aquas attolli poteſt.*

Sit pondus maſſæ ſubmerſæ 104500 *librarum; magnitudo* 340 *pedum cubicorum. Pondus pedis cubici aquæ, in qua maſſa ſubmerſa, eſt* 72 *lib.*

Digitized by Google

	340	
	72	
	680	
	238	
	24480 lib.	Pondus aquæ maſſam æquantis
	104500	Pondus maſſæ.
	80020	Vis ſuſtentans.

COROLLARIUM II.

33. Quare cum pondus corporis ſolidi pondus fluidi ſpecifice gravioris, quod expulit, magis excedat quam pondus ſpecifice levioris, (§. 22.) ut in hoc celerius, in illo tardius ſubſidat neceſſe eſt. Ex. gr. Globus plumbeus celerius in vino quam in aqua ſubſidit.

THEOREMA V.

34. *Corpus ſpecifice levius, in fluido graviore, ex. gr. in aqua mergitur, donec aqua, quæ ſpatium à parte merſa occupatum impleret, toti corpori æquiponderat.*

DEMONSTRATIO.

Corpus immerſum eſto cylindrus ligneus. Concipiamus aquam conſtare ex pluribus cylindris, qui omnes æquiponderabunt, quia eandem habent altitudi-

nem (§. 15.). Jam ſi cylindrus ligneus aquæ imponatur; cylindrus aqueus ſubjectus magis premit, quam collaterales reſiſtunt, (§. 10.); adeoque aquam collateralem ſurſum pellet (§. 13.); conſequenter cylindrus ligneus immergitur. Quamprimum vero tanta quantitas aquæ à cylindro ligneo expulſa eſt, quæ ponderi ejus integro æqualis eſt, cylindrus aqueus, qui eum ſuſtentat, gravior non eſt, quam erat antea, cum aqua locum cylindri lignei occuparet; ergo quia antea aqua circumfluens eidem æquiponderabat, etiam nunc pondere æquipollente pro illa aquæ parte ſubſtituto, eidem æquiponderare debet; proinde cylindrus ligneus ulterius non immergitur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Si idem corpus fluidis diverſæ gravitatis ſpecificæ imponatur, profundius mergitur in ſpecifice leviori, quam in ſpecifice graviori; ex. gr. profundius in vino, quam in aqua, quia plus vini, quam aquæ gravitatem corporis æquat.

CO-

Digitized by Google

COROLLARIUM II.

36. Quo propius gravitas corporis ad gravitatem fluidi, ex. gr. aquæ accedit, eo profundius corpus mergitur. Ex. gr. lignum ſpecifice gravius profundius mergitur, quam lignum ſpecifice levius.

COROLLARIUM III.

37. Si corpus fuerit ejuſdem gravitatis ſpecificæ cum fluido, ita ut ex. gr. pes cubicus æquiponderet pedi cubico aquæ, corpus totum ſubmergitur, & quieſcit in quovis loco intra fluidum in quem propellitur.

COROLLARIUM IV.

38. Si corpus mergitur ex. gr. parte ſui quarta, pars quarta tantundem aquæ ac pondus totius corporis æquat. Proinde ſi quatuor aquæ partes accipias, hoc eſt, tantum, quantum capere poteſt ſpatium totius corporis, pondus earum erit quadruplum ponderis totius corporis. Eſt ergo gravitas corporis, ad gravitatem fluidi ejuſdem voluminis, ut magnitudo partis immerſæ ad corporis magnitudinem integram.

COROLLARIUM V.

39. Corpus adeo ſpecifice levius fundo vaſis incumbens, non attollitur, niſi fluidum gravius affuſum ultra partem aſſurgat, quæ immergitur corpore in vaſe pleno natante.

PROBLEMA IV.

40. *Data gravitate ex. gr. pedis cubici aquæ, unà cum magnitudine partis immerſæ ſolidi, invenire pondus totius corporis.*

RESOLUTIO.

Quia pondus corporis ſolidi æquale eſt ponderi aquæ, quæ idem cum parte immerſa ſpatium occupat, (§. 34.), inferatur: ut pes cubicus aquæ ad datam ſuam gravitatem, ita pars ſolidi immerſa ad pondus totius corporis, quod proinde per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) invenitur.

EXEMPLUM

Pes cubicus aquæ eſt 72 librarum. Pars ſolidi immerſa 740 pedum cubicorum.

1′——72 lib——740′
72
―――
1480
518
―――
53280lib. Pondus totius corporis.

PROBLEMA V.

41. *Data gravitate, ex. gr. pedis cubici*

Digitized by Google

cubici aquæ, & gravitate ſolidi, invenire magnitudinem partis immergendæ.

RESOLUTIO.

Cum ſit, ut gravitas pedis cubici aquæ, ad magnitudinem pedis cubici, ita pondus corporis dati ad magnitudinem partis immergendæ (§. 34.); per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) denuo invenitur magnitudo quæſita partis immergendæ.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ eſt 72 librarum, gravitas corporis 53280 lib.

72 lib—1′—53280 lib.

1
53280

2
48
53280 (740′ Magnitudo partis immergendæ.
7222
77

SCHOLION.

42. *Per præſens Problema invenitur onus, cui ferendo navis par eſt.*

PROBLEMA VI.

43. *Datis magnitudine & gravitate*

te ſolidi ſpecifice levioris, ex. gr. fruſti ligni, unà cum gravitate fluidi ſpecifice gravioris, ex. gr. pedis cubici aquæ; invenire vim, qua corpus ſub aqua demerſum detineri poteſt.

RESOLUTIO.

Patet (§. 34.) vim, qua opus eſt ad ſolidum ſub aqua detinendum, æqualem eſſe exceſſui ponderis aquæ, quæ æquale cum ſolido ſpatium occupat, ſupra pondus ſolidi. Idcirco

1. Ex datis gravitate pedis cubici aquæ & magnitudine ſolidi, quæratur per Regulam trium (§. 85. *Arithm.*) gravitas aquæ, quæ æquale ſpatium cum integro corpore occupat.

2. Inde ſubtrahatur pondus ſolidi, ita nimirum vis quæſita relinquetur.

EXEMPLUM.

Pes cubicus aquæ ponderat 72 lib. ſolidum ſub aqua detinendum 100 lib. Magnitudo ejus 8 pedum cubicorum.

1′——72——8′
8

576 lib. Pondus aquæ ſolido æqualis.
100 lib. Pondus ſolidi.

476 lib. Vis, quæ ſolidum ſub aqua detinet

CO-

COROLLARIUM.

44. Quoniam corpus eadem vi ſurſum urgetur, qua ſub aqua vel alio fluido detineri poſſet; per præſens Problema invenitur quoque vis, qua ſolidum ſpecifice levius in fluido dato graviori ſurſum urgetur. Ut in exemplo antecedente, ea eſt 476 lib.

THEOREMA VI.

45. *Vis, quæ requiritur ad vas vacuum A B ad lineam A C uſque immergendum, ad quam aqua plenum immergitur, vi quæ tantundem aquæ in aëre ſuſtentare poſſet, æqualis eſt.*

DEMONSTRATIO.

Vis aquam in aëre ſuſtentans gravitati ejus æqualis eſt. Sed vis vas vacuum A B ad lineam A C in aquam immergens æquatur gravitati aquæ vas replentis, quia hæc ad eandem lineam A C vas immergit, *per hypoth.* Ergo hæc vis æquatur alteri, quæ aquam in vaſe contentam in aëre ſuſtentare valet (§. 22. *Arithm.*) Q. E. D.

THEOREMA VII.

46. *Vis, quæ requiritur ad ſolidum*

Digitized by Google

ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, itemque pondus à ſolido leviori amiſſum, gravitati fluidi accreſcit, & cum ea ponderat.

DEMONSTRATIO.

Vis enim, quæ requiritur, ad ſolidum ſpecifice levius ſub fluido graviori detinendum, premit fluidum ſubjectum; adeoque perinde eſt, ac ſi maſſa ejuſdem ponderis eidem imponeretur; ſed hæc maſſa, utpote unum grave cum fluido conſtituens, unà cum eodem ponderaret. Ergo & vis eidem æquivalens cum fluido ponderare debet: *Quod erat unum.*

Pars ponderis, quam ſolidum ſpecifice gravius in fluido leviori amittit, à fluido ſuſtentatur; ceu patet ex demonſtratione *Theorem.* 3. (§. 19.); cum autem hæc ponderis pars, unà cum ſuperiore & inferiore aqua in eodem cylindro, circumfluenti aquæ æquiponderet: neceſſe eſt, ut unà cum illa aqua fundum vaſis premat, conſequenter unà cum illa gravitet. *Quod erat alterum.*

SCHO-

SCHOLION.

47. *Omnia, quæ hucuſque demonſtrata fuerunt, experimentis facile comprobantur. Experimenta autem ſpectanda ſunt tanquam examina, quibus convincimur, nos per ratiocinia legitima veritatem fuiſſe aſſecutos. Hæc examina occurrunt in Tomo primo experimentorum.*

HYDROSTATICÆ.

FINIS.

Digitized by Google

ELEMENTA AEROMETRIÆ.

DEFINITIO I.

1. AEROMETRIA eſt ſcientia metiendi aërem.

DEFINITIO II.

2. *Metiri*, eſt quantitatem quampiam pro unitate aſſumere, aliarumque ejuſdem ſpeciei, rationem ad eandem inveſtigare.

SCHOLION.

3. *Ex. gr. Panni longitudinem menſuraturus, longitudinem quampiam, quam ulnam vocas, pro unitate aſſumis, & quoties ulnæ longitudo in panni longitudine contineatur, inquiris. Similiter aëris calorem menſuraturus, quendam caloris gradum pro unitate aſſumere, & rationem illius ad hunc inveſtigare debes, hoc eſt, quærere, quoties ille ſit ſumendus, ut gradus menſurandus prodeat.* (§. 52. *Arithm.*)

CO-

Digitized by Google

COROLLARIUM.

4. Cum quantitatis nomine veniat, quicquid augeri vel minui poteſt: omnia de aëre conceptibilia, quæ intenſitatis gradus admittunt, vel extenſionis terminos habent, metiri licet.

DEFINITIO III.

5. Per *Aërem* intelligo corpus fluidum, Telluri circumfuſum, quod ſpatia ab aliis corporibus relicta, quæ vacua nobis eſſe viderentur, occupat, niſi ab alio quodam impediatur.

SCHOLION.

6. *Hic tantum proprietatem tradimus, ex qua Aër dignoſci poſſit.*

COROLLARIUM.

7. Quod ſi manus celeriter per ſpatia, quæ vacua eſſe videntur, faciem verſus promoveatur; faciem aliquid leviter contingere ſenties, ut ut manus ipſam non contingat. Neceſſe eſt adeo, ut ſpatia illa materia quadam admodum ſubtili repleta ſint, cum non videatur, & ejus partes non cohæreant, cum motum corporum non impediant. Spatia igitur in tellure ab aliis corporibus derelicta, fluidum aliquod ſubtiliſſimum occupat (§. 2. *Hydroſt.*) hoc eſt, Aër datur (§. 5.)

DEFI-

Digitized by Google

DEFINITIO IV.

8. *Comprimitur* corpus, cujus materia propria in anguſtius ſpatium cogitur.

DEFINITIO V.

9. *Dilatatur* corpus, cujus materia propria in amplius ſpatium expanditur.

SCHOLION.

10. *Illa materia corpori propria eſt, quæ unà cum eo ponderat, movetur, & in motu in alia corpora impingit. Omnem vero aliam materiam, quæ per corpus libere transfluit, materiam alienam vocamus.*

PROBLEMA XIX.

11. Antliam pneumaticam *conſtruere*, *hoc eſt, inſtrumentum, cujus ope vaſa aëre exhauriri poſſint.*

RESOLUTIO.

Tab. Aërom. *Fig.* 1. 1. Paretur cylindrus cavus A B ex orichalco, in tota ſua ſuperficie interiori optime politus, ut embolus D E ipſam arctiſſime undiquaque contingat, ne ulli

Digitized by Google

nulli moleculæ aëreæ inter eam & embolum locus relinquatur.

2. Embolus D E, aptetur ex orbibus coriaceis, pinguedine ſuilla excocta oleoque olivarum ſaturatis, qui intra duos orbes orichalceos, alter ſuperne in D, alter inferne in E, concludantur, mediante cochlea. Affigatur deinde embolo lamella ferrea dentata DC, a Cuſque in D dentata, ut ope manubrii NO, atque rotulæ dentatæ eidem cylindro affixæ, commode extrahi & intrudi poſſit. Notandum autem, corium optimum eſſe bubulum, ex quo ſuccingula militum parari ſolent, vel potius cervinum bubulo tractabilius.

3. In B afferruminetur baſi cylindri tubulus BFKL, cui in F epiſtomium GHI inſeritur, ut antlia pro lubitu claudi ac recludi poſſit; in quem finem epiſtomium primum in medio perforatur, ut aër per ipſum ex tubulo LK in corpus antliæ irruere queat: dein iterum ab uno tantum latere nonnihil oblique ſurſum verſus inforetur, ut aër ex corpore antliæ per cavitatem epiſtomii expelli poſſit. Superne eſt aënea acicula, qua

qua cavitas epiſtomii, cum neceſſe fuerit, obturari poteſt.

4. Denique tubulus KL, in L inſtruatur cochlea, ut vaſa aëre evacuanda, quorum orificia cochleis fœminis inſtructa, ad eundem firmari poſſint. Eodem modo adaptandus eſt, quoties uſus poſtulat, catinus orichalceus PQ, cui vitra campaniformia commode imponere liceat.

SCHOLION.

12. *Superne circa A pelvis afferruminatur, cui aqua infunditur, ſi inter embolum & internam cylindri AB ſuperficiem aër in antliam penetrat: item ne pulvis, vel aliæ quisquiliæ intrare queant. Fundus catini contegitur orbe coriaceo madefacto, ſecus enim campanæ vitreæ impoſitæ non ſatis exacte ipſi congruerent, atque adeo aëri tranſitum permitterent. Quemadmodum etiam omnes tubi orbiculis coriaceis, ſebo calido illinitis muniuntur. Quando embolus difficulter promovetur, oleo olivarum illinitur, ut & epiſtomium ſebo ad carbones candentes imungitur.*

EX-

EXPERIENTIA I.

13. *Si veſica agnina flaccida, pauculo aëre nonniſi intra rugas relicto, collo arctiſſime conſtricto, ſub campana vitrea ſuſpendatur, & ex hac aër educatur; veſica magis magiſque intumeſcere conſpicitur, perinde ac ſi inflaretur, quo major aëris copia ex campana educitur. Quod ſi rurſus mediante epiſtomio, aliquid aëris in campanam immiſeris, veſica ſtatim detumeſcit & flaccida, ut prius, apparet.*

COROLLARIUM.

14. Cum in veſica nil niſi paululum aëris, hinc inde in ejus rugis latentis relictum ſit, neceſſe eſt, ut is aëre ambiente educto ſeſe dilatet (§. 9.). Aliàs enim veſica non intumeſceret. Quoniam vero magis magiſque intumeſcit, quo magis aër ambiens exhauritur, aëri ineſſe vim ſeſe inſigniter dilatandi, eam etiam, niſi quid obſtet, conſtanter effectum ſortiri, manifeſte colligitur.

DEFINITIO VI.

15. Vim, qua aër compreſſionis capax redditur, & ſublata preſſione ite-

iterum dilatatur, in poſterum *vim elaſticam* dicemus.

COROLLARIUM.

16. Si embolus D E ex Antlia pneumatica A B extrahitur, in ejus cavitate fit ſpatium vacuum, in quod aëri externo nullus aditus patet. Quod ſi epiſtomium G H aperiatur, aër ſub campana catino P Q appreſſa, dilatatur, & per tubulum L K F in cavitatem antliæ irruit, donec ubique ejuſdem ſit denſitatis. Atque ita aër ſub campana rarior evadit, quam erat antea. Quo facto, ſi epiſtomium G H ita convertas, ut foramen oblique ſurſum verſus pertuſum, cavitati antliæ reſpondeat, aciculam æneam I removeas, embolumque D E in antliam intrudas; aër per tubum F G & epiſtomium G K extruditur.

Fig. 1.

EXPERIENTIA II.

Fig. 4. 17. *Globo vitreo, cavato, & ſatis capaci A cæmento agglutinetur tubus orichalceus brevior, cum epiſtomio & cochlea fæmina B, ut ad arbitrium claudi, ac ad antliam in L firmari poſſit. Ex iſto globo exhauriatur omnis aër, quantum fieri poteſt. Quo facto epiſtomium claudatur, & ab antlia removeatur globus, & alteri lanci libra imponatur, altera vero*

Fig. 1.

gro oneretur ponderibus, quoad cum globo in æquilibrio ſit; hoc facto ſi recludatur epiſtomium, aërem externum cum ſtrepitu irruere audies, & globus præponderabit; imo conſtanter poſt admiſſum aërem plus ponderabit, quam antea, cum vacuus eſſet.

COROLLARIUM I.

18. Quoniam globus lancem magis deprimit, ſi aëre plenus, quam ſi vacuus eſt, aërem gravem eſſe neceſſe eſt (§. 32 *Mech.*).

SHOLION I.

19. *Methodo hac* Burcherus de Volder, *pondus unius pedis cubici aëris, 1 unciæ & 27 granorum, ſeu 507 granorum fere reperit. Vid.* Quæſtiones Academicæ de aëris gravitate. Theſ. 48. p. 50. & *ſeq.*

COROLLARIUM II.

20. Cum aër compreſſionis capax ſit, & aër ſuperior pondere ſuo premat inferiorem (§. 18 *Aërom.* & §. 9. *Hydroſt.*); mirum non eſt, quod aër inferior denſior, ſuperior vero rarior deprehendatur.

COROLLARIUM III.

21. Hinc aër inferior ſpecifice gravior eſt

Digitized by Google

ſuperiore; quia major illius copia in eodem ſpatio continetur.

SCHOLION II.

22. *Quid itaque mirum, quod vapores, per aërem inferiorem aſcendentes, in ſuperiori ſuſpenſi hæreant?* (§. 37 *Hydroſt.*).

THEOREMA I.

23. *Vis aëris elaſtica, vi aërem comprimenti, eſt æqualis.*

DEMONSTRATIO.

Cum aër à vi minore, minus quam à majore comprimatur, illi reſiſtat neceſſe eſt. Sed aër gaudet vi elaſtica, qua, quantum poteſt, ſeſe expandere nititur (§. 15.). Ergo ut vi ſua elaſtica vi comprimenti reſiſtat neceſſe eſt (§. 8. *Hydroſt.*). Et quia hæc nihil ulterius contra illam poteſt, ei æqualis ſit oportet. (§. 13. *Hydroſt.*). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

24. Quo magis itaque aër comprimitur, eo fortior fit ejus vis elaſtica: è contrario quo rarior evadit, eo debilior fit.

COROLLARIUM II.

25. Si itaque aër comprimitur in ſpatium du-

duplo anguſtius, vis ejus elaſtica evadit duplo fortior. Si comprimitur in ſpatium triplo anguſtius, vis ejus elaſtica eſt triplo fortior, quam antea, &c.

COROLLARIUM III.

26. Vis elaſtica aëris inferioris tanta eſt, quanta eſt gravitas, qua à ſuperiore premitur.

COROLLARIUM IV.

27. Quicquid igitur gravitas ſuperioris efficit, idem præſtat inferioris elaſticitas.

EXPERIENTIA III.

28. *Tubus ultra 32 pedes Rhenanos longus aqua repleatur, ſuperne obturetur, ne aër ingredi queat, & inferne epiſtomio claudatur. Tubo verticaliter erecto, epiſtomium in aquam immergatur. Quo recluſo, aqua è tubo effluere incipiet, iſque effluxus, ſtatim ac ad altitudinem 31 vel 32 pedum Rhenanorum deſcenderit, ceſſabit.*

COROLLARIUM I.

29. Quoniam aqua intra tubum pendula aquam in vaſculo ſibi ſubjectam premit (§. 9. *Hydroſt.*), nec tamen aqua circumfuſa cedit, neceſſe eſt, ut circumcirca æquali vi prematur. Sed aquæ incumbit aër (§. 5. eamque

Digitized by Google

premit (§. 18). Aër igitur eadem vi, aream circularem premat neceſſe eſt, ac cylindrus aqueus hunc circulum pro baſi habens, & 32 pedes Rhenanos altus.

COROLLARIUM II.

30. Quoniam aër aquam ad altitudinem 32 pedum in tubo vacuo ſuſpendit, mercurius vero quaterdecies gravior eſt aqua, aër mercurium ad altitudinem decimæ quartæ partis 32 pedum ſuſpendit. (§. 18. *Hydroſt.*)

SCHOLION.

Fig. 3. 31. *Unde ſi tubus vitreus A* B *ſuperne in A hermetice ſigillatus mercurio repleatur, atque orificium B in vaſculum mercurio plenum immergatur, non omnis è tubo delabetur mercurius, ſed in eo ad altitudinem 28 circiter digitorum ſubſiſtet. Ut primum* Torricellius *obſervavit, à quo etiam* Tubus Torricellianus *dicitur. Quod ſi mercurio in vaſculo ſtagnanti aqua affundatur, mercurius altius aſcendit, quia aër una cum aqua gravitat. Contra ſi Tubus Torricellianus ſub campana vitrea, collo longiori inſtructa collocetur, & aër educatur, mercurius ſucceſſive deſcendere notatur.*

PROBLEMA II.

32. *Data baſi columnæ aëreæ invenire pondus*

RE-

RESOLUTIO.

1. Baſis columnæ aëreæ multiplicetur per altitudinem aquæ ipſi æquiponderantis (§. 29.); factum erit ſoliditas columnæ aqueæ eandem cum aërea gravitatem habentis (§. 197 *Geom.*).

2. Quod ſi jam conſtet pondus pedis cubici aquæ, pondus columnæ aëreæ deſideratum per Regulam trium eruetur (§. 85 *Arithm.*).

EXEMPLUM.

Sit diameter circuli 100‴, erit area 7850‴ (§. 134. *Geom.*)

Altitudo columnæ aqueæ 3100‴

785000
23550

Soliditas columnæ aqueæ 24335000‴

1000″——72lib.——24335″

72

48670
170345

1752120

~~1752120~~ ($1752\frac{3}{25}$ pondus columnæ aëreæ.
~~1~~ ~~000~~

Digitized by Google

COROLLARIUM.

33. Si diameter ſphæræ alicujus fuerit 1', baſis columnæ aëreæ incumbentis eſt circulus, cujus diameter 1', maximus nimirum ſphæræ circulus; adeoque ejus pondus 1752 lib. Aſt hujuſmodi columna non ſolum deorſum, verum etiam ſurſum premit (§. 26. 27).

THEOREMA II.

34. *Si vas fuerit aëre plenum, nullus eſt preſſionis aëris ambientis in ipſum effectus; aſt ubi evacuatur, ſequitur effectus vi prementi aëris ambientis reſpondens.*

DEMONSTRATIO.

Si vas fuerit aëre plenum ejuſdem cum ambiente externo denſitatis; elater aëris incluſi æqualis eſt vi prementi aëris ambientis (§. 23.). Ergo aër internus tantundem premit extrorſum ac externus introrſum: conſequenter nullus eſt preſſionis aëris ambientis in vas effectus (§. 13. *Hydroſt.*) *Quod erat primum.*

Enim vero ſi vas vel prorſus vel ex parte aëre evacuatur (§. 11.); in caſu

caſu primo preſſioni aëris externi nihil reſiſtit, in caſu vero altero aër internus rarior evadit externo (§. 16); conſequenter elater ejus minuitur (§. 24.). Cum itaque preſſioni aëris externi, intus vel omnino non reſiſtatur vel non ſatis valide, ſequi debet effectus, vel vi toti aëris prementis vel ejus exceſſui ſupra reſiſtentiam interni proportionalis (§. 13. *Hydroſt.*) *Quod erat alterum.*

SCHOLION.

35. *Hinc ratio manifeſta, cur campana vitrea, diſco orichalceo, aëre educto, ita pertinaciter adhæreat, ut ab eo avelli nequeat; cur duo hemiſphæria cuprea, quorum fiſſura ſebo obducta, aëre exhauſto adeo firmiter cohæreant, ut ne quidem plurium equorum viribus divelli poſſint; cur vitra anguloſa, ſi per antliam aëre evacuantur, à preſſione aëris externi frangantur, & cur id generis plura contingant.*

THEOREMA III.

36. *Si in Tubo Torricelliano aliquid aëris ſuper mercurio relinquatur, mercurius ad minorem altitudinem ſuſpenditur, quam ſi vacuus fuerit.*

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Si aër internus ejuſdem cum externo eſt denſitatis, ejus elater ſolus æquilibratur aëri externo prementi (§. 23 *Aerom.* & §. 13. *Hydroſt.*). Mercurius igitur vi gravitatis propriæ deſcendere incipit (§. 13. *Hydroſt.*); quod dum accidit, aër incluſus ſe dilatat (§. 14.) &, cum rarior evadit, ejus elater debilitatur (§. 24.). Quare cum ita rarefactus, non amplius aëri externo æquilibretur (§. 13. *Hydroſt.*) mercurii quædam portio in tubo remaneat neceſſe eſt. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

37. Quoniam gravitas mercurii & elater aëris ſimul æquiponderant aëri externo, tantum mercurii in tubo remanere debet, quantum ad ſupplendum exceſſum gravitatis aëris externi ſupra elaterem incluſi opus eſt.

COROLLARIUM. II.

38. Adeoque elater aëris incluſi æquatur ponderi columnæ mercurialis, qua deficit columna mercurialis integra, quæ ſola aëri externo æquiponderat.

THEO-

THEOREMA IV.

39. *Si gravitas aëris minuitur, mercurius in Tubo Torricelliano deſcendere; ſi illa augetur, aſcendere debet.*

DEMONSTRATIO.

Etenim mercurius intra Tubum Torricellianum ſuſpenſus æquiponderat gravitati aëris (§. 30.). Quare ſi hæc minuitur, mercurii quoque gravitas, conſequenter altitudo ejus decreſcere debet: contra ſi illa augetur, mercurius quoque aſcendere debet (§. 13. *Hydroſt.*) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

40. Cum altitudo mercurii in Tubo Torricelliano quotidie (licet non multum tamen ſenſibiliter) variet; concluditur inde, gravitatem, adeoque etiam vim elaſticam aëris, multis mutationibus obnoxiam eſſe.

COROLLARIUM II.

41. Atque hæc eſt ratio; cur hoc inſtru-

Digitized by Google

tum ad metiendas mutationes in aëris gravitate evenientes adhibeatur; & *Barometrum* ſive *Baroſcopium* nuncupetur.

PROBLEMA III.

42. *Aërem per antliam pneumaticam in vaſe comprimere.*

RESOLUTIO.

Fig. 4. 1. Vas AB ad antliam firmetur.

Fig. 1. 2. Foramen, quo epiſtomium oblique ſurſum verſus perforatum eſt, obvertatur cavitati antliæ, aciculaque ænea I eximatur.

3. Embolus DE ex antlia extrahatur; tum aër per epiſtomium ac tubum EB in eam ingredietur.

4. Convertatur epiſtomium, ita ut aperto tubo FK communicatio inter vas & cylindrum aperiatur, & ſuperne in I obturetur.

5. Tandem embolus DE iterum detrudatur; quo facto aër ex Antlia per tubulum FKL in vas expelletur, adeoque in vaſe comprimetur (§. 8.) Q. E. F & D.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

43. *Opus eſt, ut vaſa, in quibus aër comprimitur, ſint admodum firma: quia enim aëre compreſſo, ejus vis elaſtica valde intenditur* (§. 24.); *fieri poteſt, ut vaſa vi diſſiliant, & ſi vitrea ſunt, ſpectatores lædant.*

EXPERIENTIA IV.

44. *Quod ſi veſicam aëre mediocriter repletam, firmiterque conſtrictam, ad ignem admoveas, nec tamen nimis prope, ne ab igne damnum capiat, eam non ſolum valde diſtendi, ſed & ingenti prorſus fragore tandem diſrumpi obſervabis. Quod ſi vero eam ab igne removeas, antequam diſrumpatur, ſtatim flaccida evadit.*

COROLLARIUM I.

45. Cum aër veſicæ incluſus fruſtra obſiſtente aëre externo, calore dilatetur; (§. 9.); neceſſe eſt, ut vis, qua aër dilatatur (§. 15.) fortior fiat preſſione aëris externi (§. 13. *Hydroſt.*). Calore igitur vim aëris elaſticam intendi patet.

Digitized by Google

COROLLARIUM II.

46. Quia vero abeunte calore, veſica diſtenta rurſus flaccida fit; frigore, vis aëris elaſtica minuatur neceſſe eſt.

COROLLARIUM III.

Fig. 2. 47. Unde ſi tubus vitreus B C aqua impleatur, globus A B vero aëre plenus relinquatur, tubique orificium C aquæ in vaſculo E F contentæ immittatur; aqua in tubo B C aſcendet, ſi frigus aëris increſcit; contra deſcendet, ſi idem deſcreſcit, ſive increſcit calor: quia in caſu primo aër in globo contrahitur, in altero dilatatur.

SCHOLION.

58. *Hoc inſtrumentum primo ad mutationes caloris & frigoris in aëre metiendas adhibitum fuit, atque* Thermometrum, *vel meliori jure* Thermoſcopium *appellatum fuit; loco autem vaſculi, tubus alio adhuc globo exiguum foramen habente inſtructus fuit. Enim vero cum & gravitas aëris ſuis variationibus multas mutationes producere poſſit* (§. 29. 40.) *de aliis inventionibus cogitatum fuit.*

PROBLEMA IV.

49. Thermoſcopium *conſtruere, in*

quo

Digitized by Google

quo mutationes caloris ac frigoris in aëre obſervare licet.

RESOLUTIO.

1. Cruſtulis ex radice Curcumæ aut Anchuſæ reſectis affundatur ſpiritus vini rectificatiſſimus, qui pulverem pyrium accendit: à priori radice colore flavo, à poſteriore autem rubro tingetur.

2. Poſtea ſpiritus vini iterum iterumque filtretur per chartam bibulam, ut particulæ craſſiores ex radice extractæ remaneant.

3. Spiritu vini filtrato impleatur globus vitreus A B cum tubo B C. Ne autem nimis parum immittatur & hyeme ſpiritus omnis in globum immitti nivi ſalſæ, aut glaciei raſæ, multoque ſale conſperſæ, vel (ſi æſtivo tempore Thermoſcopium parare volueris) aquæ fontanæ frigidæ, in qua multum nitri ſolutum fuit, & tamdiu inibi detineatur, donec ſpiritus ulterius non deſcendat. *Fig. 6.*

4. Quod

4. Quod ſi nimis alte ſupra globum ſtet, effundatur nonnihil liquoris, globuſque aquæ ferventi immergatur, non tamen ſubito, ſed in vaporibus ebullientis aquæ ante ſenſim calefiat, ne forte diſſiliat: tum ſpiritus aſcendet in tubo, aëremque expellet. Attamen quando veſiculæ in ſpiritu naſci incipiunt, globus prompte ex aqua tollendus eſt; quia aliàs ſpiritus, antequam caveas, effluet.

5. Tandem tubo ad flammam lampadis admoto, hermetice in C ſigilletur.

6. Denique tubulus tabulæ ligneæ oblongæ affigatur, cujus ſuperficiei affixa eſt ſcala in partes quotcunque æquales diviſa.

Ita inſtrumentum erit paratum.

DEMONSTRATIO.

Quoniam enim experientia docet, ſpiritum vini à frigôre contrahi, à calore expandi; ex hoc inſtrumento intelligitur, frigus creviſſe, ſi ſpiritus in tubo deſcendit; contra idem decreviſſe,

ſive

ſive increviſſe calorem, ſi ſpiritus in tubo aſcendit. Ergo eſt Thermoſcopium, in quo mutationes caloris ac frigoris in aëre obſervare licet. Q. E. D.

SCHOLION I.

50. *Si ſpiritus per inſigne intervallum deſcendit, calorem multum decreviſſe conſtat; ſi aſcendit, eundem multum creviſſe intelligitur: quoniam tamen ſciri nequit, quoties ex. gr. gradus caloris hodierni in gradu alterius cujuſcunque diei contineatur, hoc Thermoſcopium non eſt inſtrumentum, quo calorem metiri licet.* (§. 2.)

SCHOLION II.

52. *Cæterum, quamvis mutationes in eo admodum ſenſibiles exiſtant, inprimis cum tubulus admodum ſubtilis, ita ut ſpiritus per notabile intervallum aſcendat, manu calida ad globum admota ſtatimque iterum deſcendat, ea remota; deprehendetur tamen poſtquam per inſigne intervallum tempore hyemali ſemel deſcendit, illum non ſtatim iterum aſcendere poſſe cum in eadem profunditate permaneat, tempeſtate jam multo mitiore.*

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION III.

52. *Vulgo duplicis generis gradus deſignantur, quorum nonnulli incrementum caloris, alii decrementum caloris, ſive incrementum frigoris indicant. Nimirum Thermoſcopium in cellam profundam transfertur, ibique per noctem deponitur, & mane punctum, ad quod ſpiritus in tubulo ſubſiſtit, notatur. A quo, tanquam gradu aëris temperati, ſurſum numerantur gradus creſcentis caloris, deorſum vero gradus augeſcentis frigoris.*

AEROMETRIÆ.

FINIS.

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA HYDRAULICÆ.

DEFINITIO I.

HYDRAULICA eſt ſcientia motus fluidorum, præſertim aquarum.

DEFINITIO II.

2. Per *Tubum* intelligimus cylindrum quemcunque cavum.

PROBLEMA I.

3. *Cochlea Archimedis uquam elevare.*

RESOLUTIO.

1. Cylindrus AB circumdetur tubo plumbeo ea lege, qua helicem

Digitized by Google

in cochlea deſignare ſolemus (§. 90 *Mech.*).

2. Eidem cylindro infigatur inferne clavus teres, ſuperne vero aptetur manubrium, mediante quo circumagi poſſit.

3. Cylindrus denique inclinetur ad horizontem ſub angulo 45 circiter graduum, oſque inferius B aquæ immergatur. Ita cylindrum verſando, aqua poterit attolli.

DEMONSTRATIO.

Etenim ſi os inferius aquæ immergatur, aqua proprio ſuo pondere ruit ad F. Circumvoluta cochlea aqua reptat ab F uſque ad G. Eadem denuo circumvoluta, aqua reptat à G uſque ad H & ita porro, donec tandem ſupra in A erumpat. Q. E. D.

SCHOLION.

4. *Hac Machina, exigua vi multum aquæ, ſed non alte attolli poteſt: unde ad exhauriendos lacus commode adhibetur.*

PROBLEMA II.

5. *Roſarium conſtruere ad elevandam aquam.*

RE-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Tubus ligneus B L ejus altitudinis, ad quam aqua elevanda, aquis implantetur.

2. Tum ſubter aqua, tum ſupra, quo aqua elevanda, collocentur duo cylindri G H & E D, circa axiculos ferreos mobiles. TAB. I. *Fig.* 2.

3. Tandem funis, aut catena, innexis globis coriaceis qui cavitatem tubi exacte repleant, trajiciatur per tubum, & cylindris circumducta, colligetur.

Quod ſi cylindrus ſuperior G H circumagatur, aqua attolletur uſque ad L.

DEMONSTRATIO.

Quoniam tubus in aqua erectus, foramen inferne in B exciſum habet, aqua eo uſque intrat, donec cum ambiente in eadem altitudine exiſtat (§. 15. *Hydroſt.*) Quod ſi jam cylindrum ſuperiorem G H convertas, inferior E D ſimiliter convertitur, globique per tubum B L trahuntur. Quamprimum vero globus

bus tubum ſubit, aquæ exitum occludit, & aſcendens aquam ſurſum protrudit, tandemque ſuperne in L ejicit. Q. E. D.

PROBLEMA III.

6. *Aquam ope catenarum ſitulis inſtructarum elevare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 3.

1. Subter aquam horizontaliter collocetur cylindrus, aut priſma ſexangulalare M N, circa axiculum ferreum mobile.

2. Eo in loco, quo aqua elevari debet, conſtituatur cylindrus aut priſma ſimile O P alteri parallelum, circa axiculum ferreum itidem mobile.

3. Situlæ S catenis connectantur, quæ utrumque cylindrum vel priſma ambiant.

Quod ſi cylindrum ſuperiorem O P convertas, inferior ſimiliter convertitur, & ſitulæ per aquam tranſeuntes aquam

quam hauriunt ſuperius in P effundendam.

SCHOLION.

7. *Roſarium ſuſtentatio ſumtuoſa eſt, quia globi facile atteruntur; multam etiam vim, per affrictum in tubo abſorbent. Machina cum ſitulis, hyeme incommoda eſt, quia catenæ frigore haud raro diſſiliunt, funes vero facile rumpuntur.*

PROBLEMA IV.

8. *Aquam Tympano elevare.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur Tympanum, ex abſidibus & palmulis. TAB. I. *Fig.* 4.

2. Hinc & inde intra binas palmulas fiat ciſtula, ſuperne in fronte rotæ, omnino clauſa, in altero vero latere A, nonnulla foramina habens per quæ aqua intrare poſſit.

3. Ex uno latere firmetur fundus ad apſides rotæ; ex altero, promineat tantillum ultra apſidem, quo foramen quadratum relinquatur, per quod ſuperne aqua effundi queat.

Quod ſi hæc rota aquæ ſuperim-

Digitized by Google

pendatur, & convertatur; ciſtæ aquam haurient in tranſitu, eamque ſuperne effundent. Plures aliæ ſpecies Tympanorum pro haurienda aqua parantur, quas hic ſilentio prætermittimus.

PROBLEMA V.

9. *Conſtruere Antliam attractivam, cujus ope aqua ex loco profundo in altum evehi poſſit.*

RESOLUTIO.

TAB. I. *Fig.* 5. 1. In aquam perpendiculariter implantetur tubus ligneus A B D C.

2. Subtus fundo D C aptetur valvula ſeu ventile I, quod ſurſum hiare poteſt, ſed non deorſum.

3. Embolus cavus L K tantæ craſſitudinis, ut exacte impleat cavitatem tubi, ne inter ipſum & tubum aqua penetrare poſſit, annectatur virgæ ferreæ E L.

4. Superne in L valvula inſtruatur.

Quod ſi intra tubum ſurſum deorſum-

ſumque agitetur embolus, aqua in altum evehetur.

DEMONSTRATIO.

Nam dum embolus attollitur, ſpatium aëre vacuum in tubo relinquit, aëreque premente, aqua valvulam I elevat, inque cavitatem tubi ingreditur (§. 29. *Aërom.*). Embolo rurſus depreſſo, clauditur valvula inferior I, & aperitur ſuperior L; quo ipſo aqua ſupra valvulam aſſurgit. Repetitis igitur emboli agitationibus, aqua elevata tandem per tubum MH effluit. Q. E. D.

SCHOLION.

10. *Valvulæ ſimpliciſſimæ C conficiuntur ex corio, habentque figuram circularem, & in anſula ſuper foramen fundi aut emboli, clave firmantur. Confici etiam poſſunt ex lamina cuprea E, & corio tenui obduci, circa cardinem in D mobiles. Ut autem certius relabantur, Elatere G inſtruuntur.* TAB. I. Fig. 6. & 7.

PROBLEMA VI.

11. *Conſtruere Antliam, quæ aquam attractam alte ejiciat.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 8. 1. Parentur duo cylindri orichalcei A B C D, in fundo D C valvulis inſtructi.

2. Unicuique afferruminetur tubus cum valvulis in H vel I, ſurſum verſus N hiantibus.

3. Immittatur embolus K cavitati cylindri exacte congruens, ut aqua inter ipſum & tubum aſcendere nequeat.

DEMONSTRATIO.

Dum enim embolus K attollitur, valvula ad fundum aperitur, aërque externus aquam in cylindrum propellit (§. 29. *Aërom.*); ſed quum rurſus deprimitur, valvula L recluditur & aqua per tubum lateralem expellitur, quæ valvulam I aperit, & ulterius per tubum in N afferruminatum protruditur. Ita hac machina aqua in altum propelli poteſt. Q. E. D.

SCHOLION I.

Tab. I. Fig. 9. 12. *Valvula etiam ſequenti modo fieri poteſt. In fundo cylindri foramen A torno excavatur, ad inſtar coni truncati, eique immittitur conus trun-*

Digitized by Google

truncatus orichalceus B, torno itidem elaboratus, & clavo, aut tigillo tranſverſo D impeditur, ne inverti poſſit. Vel foramen hemiſphæricum excavatur, eique globus orichalceus cavitati exacte congruens immittitur.

SCHOLION II.

13. *Duo cylindri combinantur, ut machina celeriter & continuo aquam ejiciat, cum ita ordinetur, ut embolo altero depreſſo, alter attollatur. Hæc machina etiam adhibetur ad reſtinguenda incendia; ut & ad* Opera, *ut vocant* aquaria.

DEFINITIO III.

14. Per *Opus aquarium*, intelligimus Machinam, ope cujus aqua in omnia loca circumjacentia, ex. gr. in omnes fontes domeſticos derivari poteſt.

PROBLEMA VII.

15. *Opus aquarium conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Ædificetur turris aut aliud ædificium, prout elevatio locorum ultra libellam aquarum eo derivandarum requiſiverit.

2. Intra turrim aut ædificium aqua

elevetur vel ope roſarii (§. 5.) vel ſitularum catenis connexarum (§. 6.) vel tympani (§. 8.) vel antliarum (§. 9. 11.), viribus vel animatis, vel inanimatis, legitime applicatis juxta regulas (§. 109. 110. 120. & *ſeqq. Mechanicæ* traditas.

3. Supra aqua in aheno cupreo colligatur, in cujus fundum implantati ſint tubi, per quos iterum deſcendere poſſit;

4. Ne aqua ultra latera aheni unquam aſſurgat, unus alterve ad ſummitatem fere protendatur tubus, per quem nimia in fluvium refluat, unde hauritur.

5. Hi tubi verticales connectantur cum aliis horizontalibus vel inclinatis, ſub terra defoſſis, & ad eum uſque locum protenſis, in quem aqua deducenda.

6. Iis denique in locis, in quæ aqua deducitur, erigantur tubi verticales, in quos hient lumina horizontalium.

Quo facto aqua in his tubis aſcendet

Digitized by Google

det (§. 15. *Hydroſt.*), ac proinde *Opus aquarium* perfectum eſt (§. 14.). Q. E. F.

SCHOLION I.

16. *Non male canales in domibus amplæ fient, tanquam putei, & canales horizontales inferne epiſtomio inſtruentur, quod ope virgæ ferreæ aperire ac recludere licet. Ita enim aqua ad arbitrium admitti, arcerique poterit, hyemeque canalis fimo, ſtramineque veſtiri, ne aqua intus congelet.*

COROLLARIUM.

17. Cum experientia doceat, aquam fere ad eandem altitudinem reverti, ex qua deciderat, fontes ſalientes poterunt confici, ſi per opus aquarium aqua elevetur, atque deinde per exiguos canales orichalceos ad fontem, ex quo ſalire debet, deducatur.

SCHOLION II.

18. *Ex principiis Hydroſtaticæ* (§. 15. Hydroſt.) *aqua præciſe ad eandem altitudinem, ex qua delapſa fuerat, reverti deberet; ſed experientia non conſentit, quia ſemper paulo minus aſſurgere obſervatur, quam deciderat, immo ſi canalis pro vi premente nimis amplus eſt, plane non ſalit, ſed tantum effluit. In rationem hic non inquiremus.*

PRO-

PROBLEMA VIII.

19. *Fontes diverſimode exornare.*

RESOLUTIO.

Quoniam aqua ſaliens figuram aperturæ tubi aſſumit, ejuſque directionem conſervat: omnia hic à figura aperturæ & ejus directione pendent.

1. Ut aqua, virgulæ ad *inſtar*, in altum directe ſaliat, erigatur tubus horizonti perpendicularis. Si impetus ſatis validus fuerit, ſphæra cuprea cava, ſalienti aquæ poterit immitti, quæ illam ſemper perpendiculariter in aquam recidentem, quaſi in aëre pendulam & continuo mobilem, ac ſaltitatem ſuſtinebit, modo vento non exponatur. Poterit etiam diſponi infundibulum circa foramen tubi, ex quo aqua erumpit, ut ſi contingat globum decidere, rurſus ab aqua ſaliente attollatur: & hoc modo aqua cum ſphæra tanquam pila ludet.

2. Si deſideretur, ut aqua quaquaverſum erumpat, plures fiſtulæ variis modis locan-

candæ ſunt, aliæ verticaliter, aliæ horizontaliter, aliæ ſub angulo quovis; fiſtulæ etiam poterit inſeri *caput* ad inſtar hemiſphærii, aut ſuperne clauſi coni aut cylindri, totum ſubtiliſſimis foraminulis pertuſum; ita aqua circum circa, ad inſtar tenuiſſimorum filorum proſiliet.

3. Iridem exhibere poteris, ſi aquam in guttas diſſipaveris, & oculum inter fontem quaſi pluentem & ſolem in pluviam irradiantem collocaveris. Id autem obtinebis, ſi aqua per foramina plurima tenuiſſima, vel per unicum foramen ſcabrum emittatur, aut ſi cadat ſupra aliquod hemiſphærium ſeu rotundum tectum, indeque defluat circumquaque.

4. Tandem aquam extendere poteris ad modum lintei, ſi aqua per crenam arctam & bene politam erumpere cogas.

Plura alia ornamenta inveniuntur in BOCLERI *Architectura curioſa.*

PROBLEMA IX.

20. *Conſtruere vas ad hortos irrigandos idoneum* RE-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig.* 10. 1. Fiat vas ſphæricum HB, aut alius figuræ, collo tenui HE inſtructum, & hemiſphærium DB foraminulis pertundatur.

2. Vaſi afferruminetur fiſtula E, cujus lumen pollice obturari poteſt.

Dico, ſi vas in aquam demergas, eam per foraminula fundi intrare: ſi digito ad orificium E applicato vas extrahas, nihil aquæ effluere: ſi tandem digitum iterum removeas, aquam per foraminula inſtar roris ſtillare, adeoque ad hortos irrigandos adhiberi poſſe.

DEMONSTRATIO.

Si vas uſque ad fiſtulam, operto lumine E in aquam demergas, eo uſque per, foraminula fundi implebitur, donec aqua in vaſe cum ambiente ad libellam perveniat (§. 15. *Hydroſt.*). Aſt ſi, digito ad lumen E applicato, idem extrahas, cum altitudo ejus unius alteriuſve pedis longitudinem non excedat, & foraminula fundi adeo exigua ſint, ut juxta

juxta aquam affluentem aëri in vas aditus denegetur: aër ambiens impediet, quo minus quidpiam aquæ effluere poſſit. Si digitum removeas, aëris integra columna, ab orificio E uſque ad extremitatem atmoſpheræ extenſa, in aquam in vaſe contentam, & unà cum aqua, in aërem ad fundum D B gravitat. Quare, cum preſſio aëris per orificium in aquam æqualis ſit reſiſtentiæ aëris ad fundum (§. 15. *Hydroſt.*) aquæ pondus hanc ſuperabit, adeoque ea per fundum vaſis rorabit. Q. E. D.

PROBLEMA X.

21. *Siphonem conſtruere, hoc eſt, inſtrumentum, cujus ope liquor ex vaſe hauriri poteſt.*

RESOLUTIO.

Conſtruatur vas E F, cujus pars media A B C D figuram cylindri, extremæ autem A F B & C E D figuram conorum truncatorum habeant, ſintque orificia F & E utrinque aperta, nec majora, quam *Tab. I. Fig. 11.*

quam quæ digito appoſito commode claudi poſſint.

Dico, ſi vas in liquorem demergas, fore ut eodem repleatur, etſi ſuperius orificium F promineat: ſi digito ad F applicato extrahatur, fore ut per lumen E nihil effluat: ſi denique digitum removeas, fore ut *totus* effluat.

DEMONSTRATIO.

Eadem eſt, quæ problemati præcedentis.

THEOREMA I.

Tab. I. *Fig.* 12.

22. *Si tubi recurvi A B C brachium minus A B in liquorem immergatur, aërque per foramen C exſugatur; liquor per brachium brevius aſſurget ex vaſe, & tamdiu effluet per tubum B C, quamdiu foramen A eundem attingit, & altius altero foramine C exiſtit.*

DEMONSTRATIO.

Sipho enim, ſi aër exſugatur, vacuus fit. Quare, cum aër aquam, cui incumbit, premat (§. 18. *Aërom.*) & in ſiphone nihil reſiſtentiæ offendat: in

Digitized by Google

in brachium minus A B aquam propellat neceſſe eſt, quæ per brachium majus B C vi gravitatis propriæ delabetur. Quare, cum aër ad tantum premat, quantum ad C, contra ob perpendiculum tubi B C, majus perpendiculo tubi A B, aqua in B C fortius verſus C, quam aqua in A B verſus A premat (§. 17. *Hydroſt.*); aqua tamdiu per C effluat neceſſe eſt, donec aër per A in ſiphonem irruere, & inæqualem preſſionem tollere poteſt. (§. 13. *Hydroſt.*) Q. E. D.

SCHOLION I.

23. *Nihil refert, utrum alterutrum vel utrumque tubi brachium in ſinus flexum ſit; dummodo inferius orificium C ſemper depreſſius ſit ſuperficie aquæ exhauriendæ.* (§. 17. *Hydroſt.*)

SCHOLION II.

24. *Interdum figura ſiphonis immutatur, locoque brevioris brachii conficitur amplus tubus R S, ad fundum vaſis T V afferruminatus cum unico tantum orificio in R. Quamprimum enim aqua ſemel per tubum P Q fluere cœpit, tamdiu effluere pergit, quoad* TAB. II. Fig. 13.

aër per R in amplum tubum R S irruere poteſt. Hic ſipho Diabetes *vocatur.*

PROBLEMA XI.

25. *Fontem intermittentem conſtruere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. *Fig.* 14. 1. Intra vas rotundum immittatur, atque fundo medio afferruminetur tubus F H M, utrinque apertus, *fereque* operculum vaſis L attingens.

2. Os tubi inferius afferruminetur catino C D, ex quo per exiguum foramen in medio ejus aqua defluere queat in vas ſuppoſitum. Et tubus F H M prope catinum foraminulo M pertuſus ſit.

3. Operculum vaſis pertuſum ſit foramine cochlea munitum, per quod aqua infundi poſſit; fundus vero multis foraminulis, per quæ aqua deſtillare queat.

Quod ſi vas ſuperius aqua repleatur, aqua per foraminula deſtillat in catinum, & foramen M brevi obſidebit, ut nullus aër in locum aquæ delapſæ ſucce-

ſuccedere poſſit; adeoque fluxus aquæ per foraminula ceſſabit. Interea ex catino aqua defluit in vas inferius, & quamprimum foramen inferius tubi M liberatur, aërique aditus in vas denuo conceditur, aqua denuo per foraminula ejuſdem effluit.

PROBLEMA XII.

26. *Fontem conſtruere in vaſe vitreo clauſo ſalientem.*

RESOLUTIO.

1. Sit ſphæra vitrea A, cujus orificium cochlea B E munitum. Tab. II. *Fig.* 15.

2. Per cochleam tranſeat tubulus D C exiguo lumine in C, ſed ampliore in D inſtructus, cujus pars major ſit extra vitrum.

3. Eidem cochleæ afferruminetur tubulus E F, ſupra prope cochleam E amplus, at infra in F gracilis ſed altero C D duplo fere longior.

4. Sint duo vaſa I K & L M mediante tubo H N inter ſe connexa, &

baſi ſuperioris I K afferruminetur tubulus G H.

5. Per quem ad vas inferius demittatur tubus E F.

Quod ſi vas I K & circiter tertiam partem ſphæræ A aqua repleas, aqua ex ſphæra per tubulum E F in vas L M deſcendet, & per tubulum D C in ſphæram aſcendet, per lumen exiguum C ſaliendo,

PROBLEMA XII.

27. *Aquam vi elaſtica aëris compreſſi movere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 16. 1. Fiat vas cupreum ſolidum figuræ rotundæ A D, ſuperne inferneque fundo orichalceo ſolito munitum.

2. In fundo inferiori C D fiat foramen cochlea munitum, per quod aqua infundi poſſit.

3. Fundo ſuperiori A B afferruminetur tubus F E, ad fundum inferiorem fere pertingens, & ſupra, extra vas A D helicibus gaudens, ut non ſolum fonticulus

culus ad antliam, ſed & tubulus ad fonticulum aptari poſſit.

Quod ſi igitur aër in vaſe A D, ope antliæ vel ſyringis, comprimatur (§. 42. *Aërom.*), eaque ablata, tubuloque appoſito, clavicula aperiatur, aër aquam per F violenter expellet.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër in vaſe comprimitur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aërom.*). Quare, cum fortius premat quam externus in F reſiſtit, aquam per tubulum E F ejiciat neceſſe eſt, donec cum externo in æquilibrium redierit (§. 13. *Hydroſt.*) Q. E. D.

ALITER.

Accipiatur vitrea phiala A B, in quam per orificium immittatur, & cœmento firmetur tubulus vitreus C D, ſuperne in oſculum valde anguſtum deſinens, fermeque fundum phialæ D attingens. Quod ſi vas aqua tamen non prorſus plenum repleatur, aërque ore inſletur, remoto ore, aqua proſiliet. TAB. II. *Fig.* 19.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio eſt eadem cum præcedente.

SCHOLION.

28. *Hunc fonticulum facile aqua replebis, exſugendo aërem per tubum, & orificium aquæ promte immergendo; aër enim externus ſua preſſione tantum aquæ intrare coget, quantum aëris ſuctione exhauſeras* (§. 34. *Aërom.*)

PROBLEMA XIV.

29. *Fontem ſalientem conſtruere, ubi exſiliens aqua, remanentem ſequi cogit.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 17. 1. Duo vaſa P R & H Q circum circa diligenter clauſa ſibi mutuo imponantur, atque immediate, vel mediate, per unam vel plures interjectas columnas, connectantur.

2. Operculo vaſis ſuperioris P D, concavo ad modum catini vel pelvis, tubus D L afferruminetur utrinque apertus, fermeque fundum vaſis inferioris attingens.

3. Operculo vaſis inferioris H R tubus F M afferruminetur, itidem ex

utraque

utraque parte apertus; atque ad operculum fere, vaſis ſuperioris P D pertingens.

4. In medio denique operculo ſuperioris vaſis afferruminetur tubus A C, qui exiguo inſtructus foramine A prope ad fundum H R pertingit.

Quod ſi vas ſuperius P R aqua repleas, poſteaque catino K O nonnihil infundas, aqua ex vaſe exſilire incipiet, pergetque quamdiu aliquid aquæ in vaſe remanebit.

DEMONSTRATIO.

Dum enim aër ex catino K O, per tubulum D L defluit, expellit aërem ex vaſe H Q, per tubulum F M in vas ſuperius. Cum itaque aër hoc modo comprimatur, elater ejus intenditur (§. 24. *Aërom.*) Proinde aëre externo debilius premente in A, quam aër vaſi P R incluſus; neceſſe eſt ut aqua per tubulum C A ejiciatur. Relabente autem aqua expulſa in catinum K O, continuo per tubulum D L defluet, aëremque ex inferiori vaſe H Q, in ſuperius

 per

per tubulum F M depellet. Proinde proſilire perget, quoad aliquid aquæ in vaſe P R remanebit. Et hoc modo aqua exſiliens, remanentem ſequi cogit. Q. E. D.

SCHOLION.

30. *Ingenioſi hujus jucundique fonticuli*, Hero Alexandrinus *inventor eſt; quare in ejus memoriam Fons Heronis recte audit. Exſilit autem aqua per eandem rationem de qua ante* (§. 27.), *niſi quod hoc caſu aër ſingulari ratione, nempe per gravitatem aquæ in tubo D L comprimitur.*

PROBLEMA XV.

31. *Aquam per aërem calore rarefactum expellere.*

RESOLUTIO.

Tab. II. *Fig.* 18. 1. Sint duo vaſa A B C D & C D E F per diaphragma C D à ſe invicem ſeparata, habeatque ſuperius A B C D catinum A G H B afferruminatum, ejuſdem cum ipſo capacitatis.

2. Ex diaphragmate C D aſcendat tubulus I K fundum catini non prorſus attingens.

3. Per

3. Per fundum catini exſurgat alius tubulus L M, cujus lumen L à diaphragmate exiguo intervallo diſtet.

Dico ſi vas E F prunis imponatur, aut faces ardentes fundo ejus E F ſupponantur, fore ut aqua ex vaſe A D per tubulum L M ejiciatur.

DEMONSTRATIO.

Incaleſcente enim aëre in vaſe C E F D, aër rarefit, ejuſque elater intenditur (§. 45. *Aërom.*). Elater igitur aëris incluſi fortius premit aquam in vaſe A D contentam, quam externus per L M reſiſtit; conſequenter aqua per tubulum L M ejicitur. Q. E. D.

HYDRAULICÆ
FINIS.

Digitized by Google

ELEMENTA OPTICÆ.

DEFINITIO I.

1. OPTICA eſt ſcientia viſibilium, quatenus ope radiorum, directe ab ipſis in oculum illabentium viſibilia ſunt.

SCHOLION.

2. *Interdum latius ſumitur pro ſcientia viſibilium, quatenus viſibilia ſunt; ita ut* Catoptricam *atque* Dioptricam *unà comprehendat.*

DEFINITIO II.

3. Id quod corpora circumjecta viſibilia reddit *Lumen* vel *Lucem* vocamus; luminis vero defectum *Umbram*, & abſentiam omnis lucis *Tenebras*.

AXIO-

AXIOMA I.

4. *Nihil videtur ſine lumine.*

AXIOMA II.

5. *Quo magis affluxus luminis in loco quodam impeditur, eo intenſior ſit umbra.*

OBSERVATIO I.

6. *Si per exiguum foramen ad inſtar piſi lumen ſolare in locum obſcuratum intromittas, radium lucidum in linea recta progredi obſervabis.*

COROLLARIUM I.

7. Ergo radii luminis per lineam rectam repræſentari poſſunt.

COROLLARIUM II.

8. Quare cum lumen juxta lineas rectas progrediatur, nihil videre poſſumus, quod non cum oculo in eadem recta jacet, niſi radius in itinere à via ſua detorqueatur (§. 10. 14.)

COROLLARIUM III.

9. Radii *Ab*, *Ac*, *Ad*, *Ae*, *Af*, ex eodem puncto A emanantes continuo magis divergunt, quo longius procedunt, & hinc lumen continuo ſit debilius. TAB. Optic. *Fig.* 1.

OBSER-

Fig. 2.

OBSERVATIO II.

10. *Si radius G C per anguſtum foramen in cameram obſcuram intrans, ſpeculo B D excipiatur, ita ut cum eo efficiat angulum rectum G C D, radius reſiliet in ſe ipſum. Aſt ſi ſpeculum B D ita conſtituatur, ut radius incidens F C cum illo efficiat angulum obliquum F C D; reſiliet ad latus alterum, & reſiliens radius E C cum ſpeculo angulum E C B efficiet, æqualem illi quem radius incidens cum eodem ſpeculo formaverat.*

DEFINITIO III.

Fig. 2. 11. Commemorata radiorum proprietas dicitur *Reflexio*. Angulus F C D, quem efficit radius incidens F C cum ſpeculo B C D vocatur *Angulus incidentiæ*. Angulus E C B vero, quem efficit radius reflexus E C cum ſpeculo *Angulus reflexionis* nuncupatur.

COROLLARIUM.

Fig. 2. 12. Proinde in ſpeculo quocunque angulus reflexionis E C B eſt æqualis angulo incidentiæ F C D (§. 10.)

OBSER-

Digitized by Google

OBSERVATIO III.

13. *Si radius L M per exiguum foramen in cameram obſcuratam intromiſſus, oblique incidat in vitrum conicum aqua repletum H K I, non rectà ex M in N tendet; ſed tranſiens ex vitro in aërem, ſecundum rectam M O progredietur, non aliter ac ſi ex P veniſſet.* Fig. 3.

COROLLARIUM.

14. Radius itaque luminis frangitur, quotiescunque ex materia craſſiore in tenuiorem, vel ex tenuiore in craſſiorem penetrat.

DEFINITIO IV.

15. Hæc radiorum proprietas, hæc deviatio à linea quam tenebant, dicitur *Refractio.*

DEFINITIO V.

16. Angulus V S X quem facit radius incidens T V cum refracto S X, dicitur *Angulus refractionis.* Angulus Z S X, quem facit radius refractus S X cum linea S Z, quæ in puncto incidentiæ S ad ſuperficiem corporis Q R, in quod incidit radius, perpendicularis exiſtit, Fig. 4.

Digitized by Google

exiſtit, dicitur *Angulus refractus.* Tandem angulus T S Y, quem facit radius incidens T S cum dicta perpendiculari S Y, *Angulus inclinationis* audit.

OBSERVATIO IV.

Fig. I. 17. *Quodlibet punctum objecti A, videtur omnibus in locis b, c, d, e, f, ad quæ ex eo linea recta duci poteſt.*

COROLLARIUM.

18. Ergo quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaverſum ſpargit (§. 3.).

DEFINITIO VI.

19. Oculus conſtat diverſis Tunicis & Humoribus. Tunica extrema atque antica refert cornu pellucidum, unde etiam *Cornea* cognominatur. Huic conjuncta eſt poſtica valde firma, majorem oculi partem involvens *Sclerotica* dicta. Sub cornea eſt *Uvea*, variis coloribus, quos vulgus corneæ tribuit, diſtincta. Hæc in medio habet foramen rotundum, quod nominatur *Pupilla.* Uveæ annexa eſt *Choroides*, Scleroticæ contigua. Huic deni-

denique adjacet *Retina*, ex ſubtiliſſimis nervi optici fibrillis contexta, quæ à Choroide ſeparata in maſſam muſcoſam conglobatur, intra aquam autem agitata facile ut linteum expanditur. Poſticam, maximamve oculi cavitatem occupat *Humor Vitreus*, glutini amylato ſimilis: mediam ſub pupilla *Humor Cryſtallinus* tenet, inſtar lentis ex utraque parte convexæ: anticam intra humorem cryſtallinum & tunicam cornicam *Humor Aqueus* complet, qui tunica cornea perforata ſtatim effluit.

OBSERVATIO V.

20. *Si Humorem cryſtallinum candelæ accenſæ aut feneſtræ obvertas, & à tergo chartam teneas; dein chartam ſenſim ſenſimque ad eumdem admoveas; candela cum motu flammæ, aut feneſtra cum orbibus ſuis vitreis, ſubtiliſſime ſuper ea depingetur; ſed inverſo ſitu, ita ut flammæ cuſpis terram reſpiciat. Quod ſi candelam retrahas, imago in charta diſparebit, reditura ſi chartam propius admoveris, ſed minor priore. Idem fit, ſi Humori*

Digitized by Google

Humori cryſtallino ſubſtituas vitrum politum convexum.

COROLLARIUM I.

21. Objecta, à quibus radii in oculum illabuntur, accuratiſſime ac ſubtiliſſime, ſed ſitu inverſo, pone humorem cryſtallinum delineantur.

COROLLARIUM II.

22. Imago major eſt, majorique intervallo poſt humorem cryſtallinum diſtat, ſi objectum eſt vicinum, quam ſi eſt remotius.

COROLLARIUM III.

23. Cum adeo objecta vicina videantur majora, remota verò minora; objectum magnum apparet, magna in oculo depicta imagine: parvum vero, parva imagine efficta. Proinde duo objecta, quorum imagines eandem in oculo magnitudinem habent, æqualia eſſe videntur.

COROLLARIUM IV.

24. Cum objecto moto, etiam imago in oculo locum mutet: objectum in motu videmus, loco imaginis in oculo mutato.

COROLLARIUM V.

25. Cum imago in oculo delineata, objecto ipſo multo minor exiſtat; fieri poteſt, ut vel ob hujus parvitatem, vel nimiam diſtantiam, indi-

individuum in oculo punctum occupet, adeoque objectum non amplius repræſentet. Ergo in neutro caſu objectum videri poteſt.

COROLLARIUM VI.

26. Quia igitur nec objecti vicini partes omnes exiguæ, nec remotæ ſatis magnæ videri poſſunt; neque vicina neque remota prorſus diſtincte nudo oculo videmus: diſtinctius tamen vicina, quam remota. Nam diſtincte aliquid videmus, ſi partes omnes actu à ſe invicem diſtinctas diſcernimus.

COROLLARIUM VII.

27. Quia imago in retina exhibetur: huic Humor cryſtallinus propinquior ſit neceſſe eſt, ſi objectum longe diſtans diſtincte vides, quam ſi objectum vicinum conſpicis (§. 22).

COROLLARIUM VIII.

28. Ergo oculus eminus ac cominus diſtincte videns, Humorem cryſtallinum ita comparatum habet, ut diſtantiam à retina mutare valeat.

COROLLARIUM IX.

29. Objecta vicina minus diſtincte in retina depinguntur, ſi humor cryſtallinus ipſi nimis propinquus eſt. Ita ratio patet cur homines quidam cominus non ſatis diſtincte videant. Objecta remotiora minus diſtincte re-

repræſentantur in Retina, ſi Humor cryſtallinus nimis ab ea diſtat. Atque ita intelligitur cur homines quidam eminus cernere minus valeant.

SCHOLION.

30. *Omnes mutationes, quæ in oculo contingunt, in conclavi quoque obſcurato obſervari poſſunt; per vitrum politum ab una parte planum, ab altera convexum, vel ab utraque parte convexum, (quod humoris cryſtallini munere fungitur) immittendo lumen: in certa enim à vitro diſtantia, imagines omnium objectorum in id radiantium, ſitu inverſo quam diſtinctiſſime, ſuis nativis coloribus & motibus delineari obſervabis. Talis locus obſcuratus,* Camera obſcura *vocari ſolet. Si foramen piſi amplitudinem parum excedit, vitrum politum abeſſe poteſt. Quia enim tum ſinguli radii luminis, à diverſis ſuperficiei objecti punctis illapſi, in diverſa parietis puncta cadunt, & ſine permixtione in oculum reflectuntur; eadem adhuc virtute polleant neceſſe eſt, qua pollebant ante, punctum, nimirum, radians, à quo emanarunt, repræſentandi.*

OBSERVATIO VI.

31. *Si in ſpeculo ad feneſtram collocato magnitudinem pupillæ obſerves, manibus ad tempora applicatis, ut lumen à lateribus affluens ab oculo arceatur, eam*

am-

ampliari, manibus vero remotis, denuo contrahi videbis.

COROLLARIUM I.

32. Creſcente adeo lumine, pupilla contrahitur; decreſcente ampliatur.

COROLLARIUM II.

33. Hinc minima eſt pupilla in luce meridiana, major vero in crepera.

THEOREMA I.

34. *Quodlibet illuminatum corpus opacum poſt tergum umbram facit, lumini à quo colluſtratur, adverſam.*

DEMONSTRATIO.

Corpus enim opacum radiis tranſitum negat. Quare cum in linea recta progrediantur, (§. 6), radios ad certum ſpatium poſt tergum pervenire prohibet. Proinde à tergo corporis eſt umbra lumini adverſa (§. 3). Q. E. D.

COROLLARIUM I.

35. Moto ergo corpore luminoſo, umbra quoque locum mutat. Idem obtinet, corpore illuminato moto. In utroque adeo caſu umbra moveri videtur.

COROLLARIUM II.

36. Quoniam nihil videtur ſine lumine (§ 4); umbra vero defectus luminis (§. 3); ea tantummodo videtur quatenus corpus in umbra collocatum lumine à collateralibus corporibus reflexo adhuc colluſtratur, & quatenus confinia lucis & umbræ percipiuntur.

PROBLEMA I.

37. *Data altitudine corporis opaci* Fig. 7. *T S, & altitudine ſolis ſupra horizontem S V T; invenire longitudinem umbræ T V.*

RESOLUTIO.

Cum in triangulo S T V ad T rectangulo, detur angulus V utpote qui eſt menſura altitudinis ſolis, etiam tertius innoteſcet (§. 77. *Geom.*). Invenietur adeo longitudo umbræ T V (§. 20 *Trigon.*). Q. E. F & D.

Sit altitudo Solis S V T 37° 45′, T S 187 pedum

Log. Sin. V. 9.7869056
Log. T S. 2.2718416
Log. Sin. S. 9.8980060

12.1698476

Log. T V. . . . . 2.3829420, cui in Tabulis quam proxime reſpondent 2415″.

CO-

COROLLARIUM I.

38. Si altitudo T S unà cum longitudine umbræ detur, altitudinem ſolis T V S invenire licet (§. 26. *Trigon.*)

COROLLARIUM II.

39. Si umbra T Z brevior quam T V aſſumatur, angulus T Z S duobus angulis Z V S & Z S V ſimul ſumtis æqualis erit (§. 74 *Geom.*). Proinde umbra corporis opaci brevior erit, ſi ſol (vel quodvis luminoſum) altior, longior vero, ſi humilior fuerit.

PROBLEMA II.

40. *Data longitudine umbræ duorum corporum opacorum A B & B D, unà cum altitudine unius D E; invenire altitudinem alterius.* Fig. 5.

RESOLUTIO.

Si corpus D E ita ſtet pone corpus A C, ut utriuſque umbra terminetur in B; erit ob angulos ad D & A rectos, recta D E ipſi A C parallela (§. 73 *Geom.*); conſequenter ut umbra brevior D B ad altitudinem minorem D E, ita umbra longior A B, ad altitudinem majorem A C (§. 149 *Geom.*);

Digitized by Google

quæ proinde per regulam trium reperietur.

SCHOLION.

41. *Quoniam Sol à Terra adeo eſt remotus, ut integra Terræ latitudo reſpectu diſtantiæ ejus pro linea tantum haberi poſſit, quemadmodum in* Aſtronomia *demonſtrabitur: angulus B idem manet, etiamſi D E non dicto loco pone corpus A C, ſed quocunque alio loco ſtaret.*

COROLLARIUM.

42. Quocirca ſi in campo, ubicunque libuerit, baculum D E defigas, ipſiuſque altitudinem, itemque umbram metiaris; præterea longitudinem umbræ arboris, vel turris, vel alius altitudinis A B inveſtiges; juxta Problema præſens altitudinem definies.

Sit D B 7′, D E 5′, A B 55′.

7—5—45
5
———
225

22
225 ($32\frac{1}{7}$ AC.
77

THEOREMA II.

43. *Si corpus opacum minus eſt luminoſo, à quo illuminatur; umbra magis magiſque contrahitur, quo longius recedit à corpore opaco. Si corpus opacum*

cum eſt majus, umbra continuo dilatatur. Si ambo corpora ſunt ejuſdem magnitudinis; umbra conſtanter erit ejuſdem latitudinis.

DEMONSTRATIO.

Axis tranſit per medium corporis luminoſi & illuminati, radiique extremi tangunt corpus luminoſum pariter ac illuminatum. Jam ſi corpus luminoſum majus eſt illuminato, radius extremus axi propior eſt in hoc quam in illo. Ergo umbræ latitudo magis magiſque coarctatur, quo longius à corpore opaco recedit. *Quod erat primum.*

Contra ſi corpus luminoſum minus eſt illuminato, radii extremi in luminoſo, axi viciniores ſunt, quam in opaco. Ergo umbra continuo fit latior, quo longius recedit à corpore opaco. *Quod erat ſecundum.*

Si utrumque corpus eandem magnitudinem habet, radii extremi, atque axis, lineas parallelas conſtituunt. Ergo umbra perpetuo eandem conſer-

vat latitudinem (§. 22 *Geom.*). *Quod erat tertium.*

THEOREMA III.

44. *Si corpus luminoſum & illuminatum ſunt ſphæræ ejuſdem magnitudinis; umbra cylindrica exiſtit. Si corpus luminoſum eſt illuminato major ſphæra; umbræ figura coniformis erit: ſin autem minor, calathiformis.*

DEMONSTRATIO.

Radii extremi circumquaque corpus illuminatum tangunt. Idcirco, ſi corpus illuminatum eſt ſphæra, baſis umbræ erit circulus. Quare cum in caſu primo umbra eandem conſervet latitudinem, in altero magis magiſque convergat, & in tertio continuo divergat: figura in caſu primo fiat cylindrus (§. 179. *Geom.*) & in tertio calathus neceſſe eſt Q. E. D.

COROLLARIUM.

45. Si in omnibus tribus caſibus umbra ſecetur plano baſi parallelo; plana ſectionum circuli ſunt, & quidem in caſu primo omnes inter ſe æquales; in altero vero tanto minores,

Digitized by Google

res & in tertio tanto majores, quo à baſi ſunt remotiores (§. 181. 186 *Geom.*).

OBSERVATIO VII.

46. *Si radius luminis per foraminulum in conclave obſcurum intromiſſus Priſmate vitreo trigono excipiatur; in charta alba colores Iridis vivaciſſimi conſpiciuntur, modo vitrum debito modo conſtituatur. In quacunque à Priſmate diſtantia radii excipiantur, iidem conſtanter apparebunt colores; imo pulviſculi in aëre natantes eodem colore reſplendent, quo imbuti ſunt radii ipſos colluſtrantes. Si ſpeculo excipiantur colores, ad modum luminis reflectentur. Si per vitrum cauſticum tranſmittantur, etiam poſt refractionem tamdiu pone vitrum colores ſuos retinent, quamdiu ſatis inter ſe diſtant; verum prope focum & in foco ipſo, nulli colores ſed merum lumen obſervatur; charta illuc admota. Poſt focum radii rurſus divergunt, & in colores mutantur ordine inverſo conſpicuos.*

COROLLARIUM I.

47. Lumen itaque in colores, & colores iterum in lumen tranſmutari poſſunt; illud quidem fit radios ſeparando, hoc vero invicem permiſcendo. Non autem ſemper prodeunt colores, radiis luminis qui per anguſtum ſpatium diſperſi erant, per amplum diffuſis.

SCHOLION.

Fig. 3. 48. *Iidem radii colorati prodeunt, ſi radius Solis L M oblique incidat in vitrum conicum aqua plenum H K I, &, ſi experimentum in conclavi obſcuro inſtituatur, paritur nonnunquam gemina Iris. Vitrum conicum aqua plenum nunc attollendum, nunc deprimendum: vitrum vero priſmaticum politum circa axem lente convertendum eſt, donec radii ſub debito angulo incidant.*

COROLLARIUM II.

49. Corpora diverſos itaque habent colores, quia radios luminis diverſimode reflectunt.

THEOREMA IV.

50. *Idem objectum in longinquitate obſcurius videtur, quam in propinquitate.*

DE-

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum radios innumeros quaquaverſum ſpargit (§. 18): ſed continuo magis divergunt, quo longius ab objecto recedunt (§. 9). Ergo plures radii in pupillam oculi propinqui, quam in longinquioris intrare poſſunt; adeoque objectum in propinquitate clarius, in longinquitate obſcurius videtur. Q. E. D.

SCHOLION

51. *Quoniam objecta remota videntur minora (§. 23); in partibus ſuis magnis confuſiora (§. 26) & inſuper obſcuriora quam vicina (§. 50); in eodem plano objecta varia, alia aliis remotiora exhiberi poſſunt. Et hoc fundamento, accedente umbra, quam opaca projiciunt, univerſa* Ars Pictoria *nititur, quippe quæ in plano objecta repræſentat, qualia in natura oculo apparent.*

THEOREMA V.

52. *Objecta quæ ſub eodem vel æquali angulo videntur, æqualia apparent.*

Quic-

Digitized by Google

Quicquid ſub majori apparet, videtur majus; quicquid ſub minori, minus.

DEMONSTRATIO.

Fig. 5. Si duo vel plura objecta AC & DE, ſub eodem angulo ABC videntur, imago eandem in oculo magnitudinem habet. Pari modo intelligitur, imaginem objecti eſſe majorem, quod ſub majori angulo videtur: contra illius minorem, quod ſub minore videtur. In caſu itaque primo, objecta æqualia apparere debent; in altero vero, objectum prius majus, poſterius minus apparebit (§. 23). Q. E. D.

THEOREMA VI.

Fig. 5. 53. *Si duæ magnitudines inæquales DE & AC æquales videntur; eæ ſunt inter ſe ut diſtantiæ ipſorum ab oculo DB & AB.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta æqualia videntur, eorundem imagines eandem magnitudinem in oculo habent (§. 23); adeoque

que duo radii extimi A B & B C in oculo B eundem angulum formant. Jam cum anguli ad D & A ſint recti, D E ipſi A C eſt parallela (§. 73 *Geom.*), & hinc D E : A C = D B : AB. (§. 149 *Geom.*). Q. E. D.

THEOREMA VII.

54. *Si imagines duorum objectorum in oculo contiguæ ſunt, objecta contigua videntur.*

DEMONSTRATIO.

Si duo objecta contigua ſunt, eorundem quoque imagines in oculo contiguæ ſunt: id quod methodo expoſita (§. 20. 30), facile experiri poteris. Tum vero objecta quoque contigua videntur. Jam, ſi oculus eo modo quo ab objectis contiguis fit, afficitur, ea neceſſario contigua videri debent. Ergo ſi imagines duorum objectorum in oculo contigua ſunt, objecta contigua videbuntur. Q. E. D.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION.

55. *Imagines duorum objectorum in oculo contiguæ ſunt, quando radii ab aliis, ipſis interjacentibus in oculum illabi prohibentur. Hinc fit quod omnes ſtellæ æque diſtare à Terra videntur; quod quiſquam eminus viſus prope ſylvam incedere videatur, cum tamen intervallo ſatis longo ab eadem abſit; quod duæ turres ex uno eodemque templo aſſurgere videantur, cum tamen in diverſis ſint pagis, & id genus alia.*

THEOREMA VIII.

56. *Flamma candelæ vel facis accenſæ, longinqua major videtur, quam propinqua.*

DEMONSTRATIO.

Si radium ſolarem per exiguum foramen in cameram obſcuram intromittas, pulviſculos per aërem natantes, lumine colluſtrari, ac reſplendere obſervabis. Nullum igitur eſt dubium, imo & ipſis oculis cernere licet, quod aër flammæ circumfuſus reſplendeat, Cominus ſplendor à flamma diſtingui poteſt. Cum vero ſplendor flammæ magis magiſ-

giſque debilitetur, quo longius ab illa receſſeris (§. 9); neceſſe eſt ut eminus ſplendor aëris circumfuſi cum ſplendore flammæ confundatur: unde flamma longinqua major videtur, quam propinqua. Q. E. D.

COROLLARIUM.

57. Quare, cum aër reſplendens flammam undiquaque circumdet, inde fit quod eminus ſphærica appareat; tametſi cominus pyramidis inſtar ſit acuminata.

THEOREMA IX.

58. *Si magnitudo apparens ſpatii, per quod objectum intra tempus ſenſibile movetur, eſt inſenſibilis; motus ſub viſum non cadit, ſed mobile quieſcere videtur.*

DEMONSTRATIO.

Si motum objecti cernere debemus, requiritur ut imago in oculo locum mutet (§. 24). At ſi magnitudo apparens ſpatii, per quod objectum intra tempus ſenſibile fertur, eſt inſenſibilis, hoc eſt, vix quædam minuta prima, imo

mo ſecunda continet, imago in oculo locum non mutat (§. 25). Ergo in hoc caſu motum percipere non poſſumus. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

59. Ideo objecta vicina, quæ tardiſſime, ut horologiorum indices, vel etiam valde remota, quæ velociſſime moventur, ut cœli ſidera, quieſcere videntur.

COROLLARIUM II.

60. Motus objectorum longinquorum licet percipiatur, multo tardior tamen apparet, quam eſt (§. 25).

COROLLARIUM III.

61. Unde ſi duo objecta inæqualiter ab oculo remota æquali celeritate ferantur; illud quod remotius eſt, tardius moveri videtur.

COROLLARIUM IV.

62. Hinc objectum longinquius, tardare videtur: vicinius vero velocius progredi, ac revera ſit.

SCHOLION.

63. *Eſto oculus in O, objectum primum in V, alterum in T, & utrumque videbitur in S (§. 55). Si vero objectum V, ex V in u, objectum T, ex T in t progrediatur; V ex S in N, T autem ex S tantum in M progreſſum eſſe videbitur.* Fig. 6.

THEO-

THEOREMA X.

64. *Objectum V retrocedere videtur, ſi cum oculo O verſus eandem quidem plagam, ſed multo tardius progreditur.* Fig. 6.

DEMONSTRATIO.

Eſto oculus in O, & objectum in V, & videbitur in S. Dum vero oculus ex O in P progreditur, objectum ex V in v perlatum, oculus retroſpiciens in Q eſſe judicat. Videtur itaque objectum ex S in Q retroceſſiſſe. Q. E. D.

THEOREMA XI.

65. *Si oculus reſpectu noſtri corporis, & corpus noſtrum reſpectu alius corporis mobilis, immota manent, utrumque vero, unà cum hoc, celeriter progrediatur; objecta utrinque quieta, nobis obviam venire videntur.*

DEMONSTRATIO.

Navigantibus littora & arbores in littore obviam venire videntur. Idem uſu venit in curru velociter vectis. Hujus Phænomeni quæritur ratio.

Digitized by Google

Dum in curru vel navi ſedentes cito provehimur, ſitus oculi reſpectu objectorum lateralium indeſinenter mutatur. Proinde locus imaginis in oculo in eodem loco manere non poteſt; & quia motus corporis eſt admodum celer, imago ab uno loco ad alterum celeriter progredi, vel verius imagines veteres cito evaneſcere, & novæ continuo ipſis ſuccedere debent. Unde objecta in oculo delineata, hoc eſt objecta immota ad latera poſita obviam venire & tranſire videntur (§. 24). Q. E. D.

SCHOLION.

66. Interdum etiam objectum immobile ex. gr. arbor, ſylvæ vicina, obvia procedere videtur venienti. Quia nihil inter ipſam arborem & ſylvam percipitur, arbor videtur ſylvæ contigua (§. 55). Si autem propius ventum fuerit, radii ab objectis intermediis in oculum illabuntur, earumque imagines in oculo depingunt, & quidem continuo plurium quo propior fit arbor. Ergo imago arboris in oculo continuo longius ab imagine ſylvæ diſcedit, adeoque arbor obvia procedere videtur venienti (§. 24).

OPTICÆ *FINIS.*

ELE-

Digitized by Google

ELEMENTA CATOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1. CATOPTRICA eſt Scientia viſibilium, quatenus ope ſpeculorum videntur.

DEFINITIO II.

2. Per *Speculum* intelligimus quamvis ſuperficiem, cujus antica facies polita eſt, poſtica vero nigro, luminique impervio fundo gaudet.

DEFINITIO III.

3. *Superficies ſpeculi, vel plana eſt vel concava, vel convexa,* In caſu primo eſt *Speculum planum.* In ſecundo

Speculum convexum. In tertio *Speculum concavum.* Specula ſecundi generis ſunt communiter vel ſphærica; vel cylindrica, vel conica.

PROBLEMA I.

4. *Tabulam vitream polire.*

RESOLUTIO.

1. Tabula vitrea, gypſo *agglutinetur* tabulæ ligneæ immobili, margine nonnihil elevato, circumdatæ.

2. Tabulæ ligneæ minori agglutinetur ſimiliter tabula vitrea alia minor. In parte poſtica ligneæ affixa ſit ciſta, ut tabula lapidibus onerari poſſit.

Tabula inferior, arena per cribrum ſuccreta, quo grana ſatis æqualia fiant, & aqua conſpergatur.

4. Tabula vitrea minor, ſuper majore fricetur, donec una alteram complanaverit. Cum aliqualis planities apparet, arena adhibeatur ſubtilior: denique tabulæ ſine arena, aqua tantum affuſa, cum pulvere ſmyridis contriti craſſiori con-

Digitized by Google

confricentur, donec omnino complanatæ fuerint, & aliqualis ſplendor appareat.

5. Quando ad polituram aptæ, ſuper diſco ferreo margines arena lævigentur.

Tandem tabula lignea, cui vitrea agglutinata, ad menſam firmetur, & parallelepipedum ligneum, cujus longitudo aliquoties latitudinem excedit, corio obducatur, coriumque terra Tripolitana vel ſtanno uſto inducatur, hocque fricetur tabula vitrea, donec debitam politiem nacta fuerit.

PROBLEMA II.

5. *Specula plana vitrea conficere.*

RESOLUTIO.

1. Super tabula lignea expandatur charta bibula, & pulvere cretaceo conſpergatur. Quo facto, bractea ſtanni Anglicani, ſuper charta exactiſſime expandatur, quo nuſpiam rugæ remaneant.

2. Affundatur mercurius, goſſy-

pio per bracteam æqualiter diſtribuendus, quo bractea ubique corrodatur.

3. Bracteæ imponatur charta munda, & huic rurſus tabula vitrea linteo mundo abſterſa.

4. Manu ſiniſtra tabula vitrea apprimatur, & dextra charta lente extrahatur. Quo facto, tabula, charta *ſubtiliori* & deinde craſſiori tecta, pondere oneretur. Quo

5. Superfluus mercurius defluat, & ſtannum ſpeculo firmius adhæreat: ubi exſiccatum fuerit, pondus removeatur & factum eſt quod petebatur.

OBSERVATIO I.

6. *Si ad ſpeculum, ſive planum, ſive concavum, ſive convexum, erigatur ſtylus ad angulos rectos; imagini ſuæ in ſpeculo apparenti, in directum jacebit.*

COROLLARIUM I.

7. In ſpeculo, quodlibet objecti punctum videtur in recta, quæ ab eo ad ſpeculum perpendiculariter ducitur.

CO-

Digitized by Google

COROLLARIUM II.

8. Videtur quoque per radium reflexum retrorſum prolongatum: adeoque eo in loco, ubi radius dictam perpendicularem interſecat.

THEOREMA I.

9. *Imago objecti A tanto intervallo poſt ſpeculum planum in F apparet, quanto ipſum objectum ante ſpeculum diſtat.*

DEMONSTRATIO.

Ducatur A F ad ſpeculum D E perpendicularis. Demonſtrandum eſt (§. 8.) eſſe A G = F G. Anguli ad G ſunt recti, & quia $o = x$ (§. 12. *Optic.*), & $y = x$ (§. 40. *Geom.*) erit quoque $y = o$ (§. 22 *Arithm.*). Hinc F G = A G (§. 50. *Geom.*) Q. E. D. TAB. Catop. *Fig.* 1.

COROLLARIUM I.

10. Hinc imago in ſpeculo plano objecto ſimilis & æqualis apparere debet.

COROLLARIUM II.

11. Si ergo ſpeculum D E fuerit horizontaliter collocatum, punctum A tanto intervallo infra ſpeculum demerſum videbitur, quanto ſupra ipſum exſtat. Erecta igitur, ſitu inverſo in eodem apparent. Idem accidit,

ſpeculo ad laqucar conclavis horizontaliter applicato.

COROLLARIUM II.

12. Si tergum in ſpeculum convertas, atque huic aliud ſpeculum ita obvertas, ut radii à tuo tergo incidentes, & à primo ſpeculo reflexi ab illo excipiantur, & in oculum reflectantur; faciem & tergum in hoc ſecundo ſpeculo unà videbis.

PROBLEMA III.

13. *Speculum vitreum ſphæricum conficere.*

RESOLUTIO.

1. Stanni pars una, & Marchaſitæ itidem pars una, liquefiant in catino mundo, & maſſæ liquefactæ addantur mercurii partes duæ.

2. Quamprimum mercurius in fumum abire incipit, materia liquefacta in aquam fontanam præcipitetur: & frigefacta, aqua decantetur.

3. Tum maſſa per linteum mundum duplicatum urgeatur, &

4. Quod hac ratione à reliqua ſecerni-

-nitur in ſphæræ vitreæ cavitatem infundatur.

5. Sphæra denique circa axem ſuum lente vertatur, ſic materia ubique ſphæræ adhærebit. Reliquum effundatur, & in futuros uſus ſervetur.

SCHOLION.

14. *Quod ſi ſphæras virides, rubras, flavas, vel alius coloris accipias; prodibunt quoque ſpecula, quæ objecta viridia, rubra, flava, vel alius coloris repræſentabunt.*

THEOREMA II.

15. *In ſpeculo ſphærico E B G, quodlibet objecti punctum A inter centrum C, & ſuperficiem ſphæræ videtur.*

DEMONSTRATIO.

Ex puncto A ad ſpeculum ſphæricum ducta perpendicularis A H, per centrum ſphæræ C tranſit (§. 40. *Mech.*). *Fig. 2.* Ducatur recta I K circulum E B G tangens in puncto incidentiæ B, cum qua radius C B efficit angulum rectum (§. 40. *Mech.*): quoniam vero angulus incidentiæ A B I acutus, eſt radius refle-

xus D B efficit quoque cum B K angulum acutum (§. 12. *Optic.*). Jam cum angulus verticalis F B I ei æqualis ſit, (§. 40. *Geom.*), radius reflexus B D, ultra punctum B prolongatus, inter latera trianguli rectanguli C B I cadit, & tandem lateri ejus maximo C I in F occurrit. Proinde punctum A intra centrum C, & ſuperficiem E H B G videtur. (§. 8.) Q. E. D.

COROLLARIUM I.

16. Quamobrem recta A H, quantumvis magna, recta H F major non apparet (§. 8.); adeoque imago in ſpeculo multo minor objecto eſt: multo minor quoque ſemidiametro C H.

COROLLARIUM II.

17. Quod ſi radio B O, ex centro O, deſcribatur circulus, rectam A C interſecans in L; evidens eſt imaginem F L rectæ H A, in ſpeculo minori B L minorem eſſe, quam in majori B H.

THEOREMA III.

Fig. 3. 18. *In ſpeculo cylindrico verticaliter erecto A B, objecta apparent admodum*

dum longa, ſed gracilia. Quod ſi vero horizontaliter collocetur, objectum in eo apparet latum, ſed admodum curtum.

DEMONSTRATIO.

Deorſum juxta longitudinem A D, ſuper ſpeculi cylindrici ſuperficie lineas rectas ducere licet; adeoque juxta longitudinem ſpeculum planum repræſentat. Juxta latitudinem vero omnes peripheriæ ſunt circulares (§. 181 *Geom.*); hinc juxta latitudinem ſpeculum ſphæricum repræſentat. Jam, cum ſpecula plana objecta non immutent (§. 10.), ſphærica vero ea minuant, (§. 16.): objecta in ſpeculo cylindrico longa, ſed admodum gracilia videri debent. *Quod erat primum.*

Eodem modo demonſtratur, objecta in caſu altero debere curta, ſed lata apparere. *Quod erat alterum.*

THEOREMA IV.

19. *In ſpeculo conico G F H verticaliter erecto objecta apparent longa, ſed ſimul* Fig. 4.

ſimul anguſta, inferne latiora, ſubtus a-cuminata. Quod ſi axis coni cum hori-zonte fuerit parallela, vel cum eo efficiat angulum acutum, admodum curta, & in uno latere multo contractiora quam in altero.

DEMONSTRATIO.

Juxta longitudinem omnes lineæ in ſuperficie coni ductæ ſunt *rectæ*; juxta latitudinem vero ſunt totidem peripheriæ circulorum à baſi GH, verſus verticem F, continuo decreſcentium (§. 186 *Geom.*). Ergo ſpeculum conicum juxta longitudinem habet proprietatem ſpeculi plani, juxta latitudinem vero diverſorum ſpeculorum ſphæricorum. Quoniam vero ſpecula plana magnitudines non immutant (§. 10.), ſphærica vero eas eo magis coarctant, quo minor eorum diameter fuerit (§. 17.); in ſpeculo erecto GFH objecta longa, anguſta, prope baſin lata, ſed verticem verſus continuo gracileſcentia videri debent.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA IV.

28. *Speculum vitreum concavum conficere.*

RESOLUTIO.

Capiatur vitrum in altera ſuperficie plane, in altera convexe politum, & ſuperficies convexa obducatur; & habebitur ſpeculum concavum.

SCHOLION.

21. *Funduntur etiam ex 8 partibus cupri, ſtanni Anglicani una, Marchaſitæ quinque, & in parte lucida poliuntur. Hæc ſpecula vocari ſolent* Chalybea.

THEOREMA V.

22. *Si radius B D, in ſpeculum axi A X parallelus incidit, & ab illa minus quam 60 gradus abſuerit; poſt reflexionem in B cum axe in F, concurret, ad diſtantiam X F, quarta diametri parte minorem.* Fig. 5.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ſemidiameter B C ad ſpeculum perpendicularis (§. 40. *Mech.*); erit $x = y$. Nam y efficit cum angulo re-

reflexionis, & x cum angulo incidentiæ 90° (§. 12. *Optic.*, & §. 25. *Arithm.*). Jam cum B D & A X ſint parallelæ, erit $o = x$ (§. 72. *Geom.*), conſequenter quoque $o = y$ (§. 22. *Arithm.*) ergo FC = FB (§. 81. *Geom.*). Sed CX = BC (§. 27. *Geom.*), B F + F C vero, major eſt quam BC (§. 26. *Geom.*) conſequenter quoque major quam C X; adeoque F C major quam FX. Itaque F X dimidio radio, vel quarta diametri parte minor Q. E. D.

COROLLARIUM I.

23. Quoniam $m = n$: ut ex demonſtratione Theorematis præſentis liquet; erit $n = 60°$, exiſtente arcu E X 60° (§. 16. *Geom.*). Ergo radius reflexus EX radio CX æqualis (§. 82. *Geom.*), & radius reflexus rurſus incidit in ſpeculum in X.

COROLLARIUM II.

27. Cum radii ſolares ſint ad ſenſum paralleli; radii per totam ſpeculi ſuperficiem diſperſi in anguſtum admodum ſpatium in E coarctantur. Quoniam vero hoc modo virtus eorum augetur, mirum non eſt, radios antea tantum calefacientes, nunc accen-

Digitized by Google

cendere; immo ſi ſpeculum majus fuerit, corpora duriora ut lapides & metalla liquefieri

SCHOLION I.

25. *Specula concava ſphærica hinc* Cauſtica *ſive* Ultoria *appellari ſolent. Apud veteres celebrantur ſpecula* Archimedis, *quibus naves Romanorum incendiſſe fertur. Noſtro ævo nemo majora ſpecula cauſtica unquam paravit* Dn. de Tſchirnhauſen, *quibus momento fere plumbum liquefecit, ferrum candefecit, imo ſpatio 5 minutorum, cuprum, & argentum in fluorem reduxit, tegulas, teſtas fictiles, oſſa & alias materias in vitrum convertit. Latitudo autem ſpeculi uſtorii arcum 18 graduum ſuperare vix debet.* (§. 22.).

COROLLARIUM III.

26. Quia ſuperficies ſpeculi, quod majoris ſphæræ ſegmentum eſt, plures radios excipit, & in focum reflectit, quam quod minoris eſt; ſpecula majora fortius urunt minoribus.

COROLLARIUM IV.

27. Quia quarta pars diametri majoris, major eſt quam eadem pars diametri minoris; ſpeculum cauſticum majus, ad majorem diſtantiam virtutem ſuam exerit, quam minus (§. 22.).

COROL-

Digitized by Google

COROLLARIUM V.

28. Cum radii ideo urant, quod multi per reflexionem in anguſtum ſpatium coguntur (§. 22.); mirum ſane non eſt, ſpecula ex ligno duriori, vel gypſo deaurato & polito, vel etiam ſtramine obducto, parari poſſe.

COROLLARIUM VI.

Fig. 5. 29, Quod ſi lumen in foco F conſtituatur, radii omnes poſt reflexionem, tum cum axe, tum inter ſe paralleli erunt. Eſt enim tum F B radius incidens & *hinc* B D reflexus (§. 12. *Optic.*)

COROLLARIUM VII.

30. Quod ſi ergo radii parallele reflexi, alio ſpeculo denuo excipiantur, hi eodem modo urent.

COROLLARIUM VIII.

31. Si radii ſunt paralleli, vis luminis non immutatur. Proinde locus ſatis longinquus ex. gr. tabula horaria cum indice ad turrim, per feneſtram clare illuſtrari poteſt; lumen vel lampadem in focum ſpeculi concavi conſtituendo.

SCHOLION. II.

32. *Attamen hoc modo lumen per plura milliaria ſine decremento projici nequit, nam per reſiſtentiam aëris continuo debilitatur.*

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA VI.

33. *Si objectum in foco ſpeculi concavi fuerit collocatum, objectum in eo videri nequit.*

DEMONSTRATIO.

Quodlibet objecti punctum videtur in concurſu radii reflexi, cum recta ad ſpeculum perpendiculariter ducta (§. 8.), hoc eſt, in caſu præſente, cum axe ſpeculi, quoniam in ea eſt focus, in quo objectum collocatum eſt (§. 22.). Jam ſi objectum in foco conſtituitur, radii poſt reflexionem ſunt paralleli, (§. 22.), & cum ea nuſpiam concurrunt (§. 22. *Geom.*). Ergo in ſpeculo objectum videri nequit. Q. E. D.

THEOREMA VII.

34. *Si objectum a b inter focum F & ſpeculum concavum fuerit conſtitutum; imago A B poſt ſpeculum apparet ampliata, & ſitu erecto, & quidem tanto major, quanto objectum foco propius.* Fig. 6.

Digitized by Google

DEMONSTRATIO.

Si VO axis ſpeculi concavi, AM & NB ei parallelæ, & in P focus; erunt *a*K & *b*L radii extremi incidentes, & KM & LN reflexi. Quoniam vero recta ex A, ad ſpeculum perpendiculariter ducta, per centrum ſpeculi tranſit; punctum *a* in A & *b* in B (§. 8.), conſequenter imago AB poſt ſpeculum ſitu erecto & major quam *ab* videtur. Quoniam vero eodem modo liquet, quod CD ſit imago ipſius *cd*, *cd* vero major ſit quam *ab*, & CD = AB; porro evidens eſt, imaginem ipſius *cd* propiorem poſt ſpeculum, & minus ampliatam apparere. Q. E. D.

THEOREMA VIII.

Fig. 6. 35. *Si objectum* ef *à ſpeculo fuerit remotius, quam focus P; imago ejus ſitu inverſo, in aëre pendula apparet, tanto quidem ſpeculo propior, & minor, quanto à foco objectum remotius.*

DE-

DEMONSTRATIO.

Liquet ut in demonſtratione præcedente, quod EF ſit imago ipſius *ef*, & HG imago ipſius *gh*; conſequenter quod imagines objectorum *ef* & *gh* in libero aëre videantur, & quidem ſpeculo tanto propiores & minores, quo remotiora objecta à ſpeculo ſunt. Q. E. D. *Fig. 6.*

CATOPTRICÆ.

FINIS.

Digitized by Google

ELEMENTA DIOPTRICÆ.

DEFINITIO I.

1. DIOPTRICA eſt Scientia viſibilium, quatenus per radios refractos videntur.

PROBLEMA I.

2. *Legem refractionis, quam radii ex aëre in vitrum, atque ex vitro in aërem tranſeuntes ſubeunt, per experimenta definire,*

RESOLUTIO.

1. Paretur juxta exemplum *Kepleri*
TAB. Dioptr. *Fig.* 1. (*in Dioptr. lib.* 1. *prop.* 3.) cubus vitreus bene politus & æquatus BCDEGFHI.

2. Jun-

Digitized by Google

2. Jungantur ad angulos rectos duo aſſerculi ABIN & NIPO, ita ut altitudo AN altitudinem cubi CH æquet, ſed latitudo IN ipſius latitudinem aliquantum excedat.

3. Ponatur cubus juxta aſſerculum erectum BINA, ac ſoli obvertatur.

Quo facto, obſervari poterit, umbram extra cubum in ML terminari, intra illum autem in KQ.

4. Cum CL ſit radius incidens, & CK refractus; erit utique HCL angulus inclinationis, HCK angulus refractus, & KCL angulus refractionis (§. *Optic.*). Datis itaque in triangulis CHK & CHL, lateribus CH, HK, & HL, quia accurate menſurari poſſunt; anguli HCK & HCL inveniuntur (§. 26. *Trigon.*), & ſubtrahendo, angulum HCK à HCL, angulus KCL relinquitur. Q. E. F. & D. *Fig.* 2.

COROLLARIUM I.

3. Radius CL; dum ex aëre in vitrum tranſit, verſus perpendiculum CH in CK refringitur, ita quidem, ut ſinus anguli in- *Fig.* 2.

clinationis H C L ad ſinum refracti HCK ſe habeat ut 3 ad 2, & ad perpendiculum fere triente anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor exſtiterit, refringatur.

COROLLARIUM II.

Fig. 2. 4. Contra radius C K, dum ex vitro in aërem migrat, refringitur à perpendiculo CH in C L, ita quidem ut ſinus anguli inclinationis ad ſinum refracti ſe habeat, ut 2 ad 3; & à perpendiculo fere dimidio anguli inclinationis, quoad hic 30 gradibus minor fuerit, refringatur. In utroque caſu radius perpendicularis irrefractus tranſit.

DEFINITIO II.

5. *Lens convexa* eſt; cujus utraque, vel altera tantum ſuperficies, eſt pars ſuperficiei ſphæricæ, altera autem plana.

SCHOLION.

6. *Hinc lentem trium pedum dicimus, cum ſuperficies ſphærica, cujus pars ſuperficies lentis eſt, in diametro tres pedes habet.*

DEFINITIO III.

7. *Lens concava* dicitur, cujus utraque vel altera tantum ſuperficies, eſt pars

Digitized by Google

pars ſuperficiei internæ ſphæræ concavæ, alteraque plana.

SCHOLION.

8. *Lens concava etiam trium pedum dicitur, ſi ſphæra, cujus internæ ſuperficiei concavitas congruit, in diametro tres pedes habet.*

PROBLEMA II.

9. *Viam radii per lentem tranſeuntis, in charta delineare.*

RESOLUTIO.

1. Radiis datis deſcribantur arcus concavitatum & convexitatum, ſive ducantur lineæ rectæ, ſi lentes ſunt planæ, ut craſſities lentis prodeat.

2. Ducatur radius ad lentem eo modo, quo incidere debet.

3. Per punctum incidentiæ ducatur linea recta, ad lentem perpendicularis, ut habeatur angulus inclinationis. Hic

4. Dividatur trifariam: quo facto, radius duci poterit, ut in ingreſſu refringitur (§. 3.).

Digitized by Google

5. Pari modo quæratur angulus inclinationis in egreſſu, &

6. Dividatur bifariam: quo facto radium ducere licet, ut in egreſſu refringitur (§ 4).

Ex. gr. Eſto Lens altera parte convexa, altera plana, & convexa ab objecto averſa; in planam incidant radii axi paralleli.

Fig. 3. Ducatur recta A B, & in eam demittatur perpendicularis I F; ex C radio lentis C K deſcribatur arcus A K B: prodibit craſſities lentis. Quoniam radius D E ad rectam A B perpendicularis eſt, tranſibit uſque ad E irrefractus (§. 4.). Ducatur ex centro C recta C G per E, erit G E H, angulus inclinationis (§. 16. *Optic.*). Hic dividatur bifariam, fiatque $HEF = \frac{1}{2} GEH$; erit E F radius refractus (§.4).

SHOLION I.

10. *Si delineatio exacte perficitur, deprehendetur* (1), *vitro exiſtente plano, radium refractum poſt vitrum incidenti parallelum fore;* (2). *Radium, ſi axi parallelus in lentem plano-convexam incidat, cum eodem axe poſt lentem in diſtantia diametri conjunctum iri;* (3). *Aſt in diſtantia ſemidiametri, cum lens utrinque æqualiter convexo convexa* (4) *& in diſtantia quartæ partis diametri, cum vitrum, ſphæra integra fuerit.*

SCHO-

SCHOLION II.

11. *Cum itaque lentes convexæ, radios ſolares in anguſtum ſpatium cogant, & hinc eorum calorem augeant, mirum non eſt, quod incendant, quin imo, ſi ſunt majores, ut lentes Dn: à* Tſchirnhauſen, *omnia liquefaciant, atque vel in vitrum vel in calcem vertant. Eaque de cauſa lentes convexæ,* VITRA CAUSTICA *ſeu* USTORIA *nuncupantur.*

THEOREMA I.

12. *Ex quocunque puncto in lentem vel plano-convexam, vel convexo-convexam radii lucis incidant; omnes rurſus poſt lentem in uno puncto unientur, quanquam divergentes radii aliquanto remotius poſt lentem, quam paralleli: & quidem tanto propius, aut remotius, quanto objecta magis vel minus à lente diſtant.*

DEMONSTRATIO.

Objecta in camera obſcura poſt lentem apparent (§. 20. *Optic.*): opportet igitur ut à pariete, in qua pinguntur, eodem modo reflectantur, quo ab ipſo objecto effluunt (§. 30. *Optic.*)

Digitized by Google

Quod fieri haud poteſt, niſi radii ex uno puncto emanantes in uno rurſus uniantur. Proinde clarum eſt, radios lucis ex uno puncto in vitrum ſphæricum incidentes, per refractionem in alio puncto rurſus uniri. *Quod erat primum.*

Imago vero longius à lente quam focus diſtat, & quidem magis minuſve, prout objectum magis minuſve vicinum eſt (§. 22. *Optic.*). Quare cum radii in loco imaginis concurrant, atque à puncto objecti non nimis remoti emanantes divergant; uniuntur demum poſt focum, & quidem tanto remotius poſt ipſum, quanto objectum magis vel minus à lente diſtat. *Quod erat alterum.*

COROLLARIUM.

13. Cum itaque radii paralleli, ſi in lentem plano convexam incidunt, in diſtantia diametri, ſuperficiei convexæ conjungantur (§. 10.); radii divergentes in hoc caſu in puncto concurrant neceſſe eſt, cujus diſtantia diametrum ſuperficiei convexæ ſuperat.

Digitized by Google

rat. Eodem modo patet, locum imaginis remotiorem fore ſemidiametro ſuperficiei convexæ, ſi lens utrinque eſt convexa; poſt ſphæram autem imaginem fore remotiorem quarta diametri parte (§. 10.).

THEOREMA II.

14. *Radius lucis in lentem vel plano-concavam vel concavo-concavam incidens, poſt refractionem ab axe divergit, & quidem tanto magis, quanto longius progreditur.*

DEMONSTRATIO.

Incidat radius F G axi parallelus: quia perpendiculariter in ſuperficiem planam incidit, abſque refractione in lentem uſque ad H penetrat. Sed per H egrediens à perpendiculo C E ex H I in H K refringitur (§. 4.). *Quod erat primum.* *Fig. 4.*

Si autem lens utrinque concava eſt, radius L N ingrediens in N verſus perpendiculum I S (§. 3.), & egrediens in O à perpendiculo K P (§. 4.) ac ita ex O R in O Q denuo ab axe A B refringitur. Ergo tanto magis ab illa diver- *Fig. 5.*

verget, quanto longius progreditur. *Quod erat alterum.*

Eodem modo oſtendi poteſt, radios poſt refractionem in aliis quoque caſibus divergere debere.

COROLLLARIUM

15. Quamobrem lumen ſolare per refractionem in lentibus concavis debilitatur; adeoque neque ad urendum aptæ ſunt, neque ad imagines in cameris obſcuris repræſentandas, ut lentes convexæ (§. 20. 30. *Optic.*).

SCHOLION.

16. *Hoc experientia quoque docet; ſi enim radii ſolis lente concava excipiantur, circulus lucidus pone lentem tanto major erit, quo longius pone eam in chartam albam inciderint. Et obſervari poterit, quod lentes concavæ eo magis radios diſpergant, quo minor earum diameter.*

THEOREMA III.

17. *Oculo inter lentem convexam AB*
Fig. 6. *& focum F, ſive in foco F conſtituto; objecta ſitu erecto, ſed ampliata videbit.*

DEMONSTRATIO.

Etenim poſito oculo inter lentem AB

AB & locum imaginis F, punctum C in linea FC conſpicitur, quia radius F irrefractus tranſit tanquam axis in utramque ſuperficiem convexam perpendiculariter incidens (§. 4.). Punctum D per radium refractum FE videtur trans lentem in *d* F; cum aliàs CD remota lente ſub angulo CFD videretur.

Cum itaque angulus CF *d* angulo CFD major ſit, objecta per lentem majora videri debent quam nudis oculis cernuntur (§. 52. *Optic.*) Imo cum radius à puncto D emanans ad dextram in oculum incidat, perinde ac lente remota objectum recto ſitu, non inverſo apparere debet. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

18. Quo propius punctum F apud lentem eſt, tanto major evadit angulus CF *d*, tantoque major apparet trans lentem CD. Quare, cum decreſcente ſemidiametro ſuperficiei convexæ, continuo decreſcat puncti F diſtantia à lente, lentes convexæ eo magis diametrum objecti amplificant, quo minorum ſphærarum ſegmenta ſunt.

CO-

COROLLARIUM II.

19. Ad Microſcopia igitur adhibentur minimæ ſphærulæ vitreæ, quæ haberi poſſunt, imo tam exiguæ, ut magnitudinem milii vix æquent.

THEOREMA IV.

20. *Per lentem concavam objecta ſitu erecto apparent, ſed imminuta.*

DEMONSTRATIO.

Fig. 7. Eſto oculus in F, videatque lente remota objectum AB, ſub angulo AFB. Quoniam in lente concava radii per refractionem diſperguntur (§. 14.), non radius BD, ſed alius BE, per quem punctum B in G remota lente conſpiceretur, ad F pertingit. Ex F igitur punctum B in *b* apparet. Quare cum punctum A per radium directum AF in A videatur, objectum AB ſub angulo AF *b*, in oculum incurrit, qui cum angulo AFB minor ſit; neceſſe eſt, ut objectum per lentem imminutum appareat (§. 52. *Optic.*) *Quod erat primum.*

Quia

Digitized by Google

Quia vero radii per lentem concavam refracti, nullam imaginem effingunt (§. 15.); rem ipſam trans lentem oculus intuetur, conſequenter ſitu erecto. Q. E. D.

SCHOLION.

21. *Quo minoris globi igitur, cavitas lentis eſt, eo magis ſpecies objecti minuitur. Et jucundum eſt, altero oculo aperto, altero objectum per ejuſmodi lentem intueri; bis enim quodvis objectum ſemel magnum, ſemel parvum apparet; ex. gr. juxta virum parvus puer apparet, viro in omnibus ſimilis.*

DEFINITIO IV.

22. *Teleſcopium* ſeu *Tubus* eſt inſtrumentum opticum, quo ope lentium, remota tanquam vicina diſtincte videri poſſunt.

DEFINITIO V.

23. Lens objecto obverſa nomen *Objectivæ* habet; reliquæ omnes oculo viciniores *lentes oculares* vocantur.

PROBLEMA V.

24. *Teleſcopium* Galilæanum *ſeu* Hollandicum *conſtruere.* *R E-*

Digitized by Google

RESOLUTIO.

1. Cylindro ligneo, cujus diameter latitudinem lentis objectivæ fere adæquat, charta nigra circumducatur, & conglutinetur: huic ſuper agglutinetur alia, donec prodeat fiſtula ſatis firma, quæ tandem charta Turcica obducatur. Fiſtula una exſiccata, eodem artificio ſuper hac paretur ſecunda, ſuper ſecunda, tertia &c. donec diductæ exhibeant tubum longitudinis deſideratæ. Fiſtulæ ex laminis quoque parari poterunt, aliis ſuper alias afferruminatis; vel loco chartæ mediæ, nigræ ſuperglutinatæ adhiberi poterunt, ſegmina, à lignis dedolando reſciſſa, locoque chartæ Turcicæ, charta pergamena veſtiri.

2. Fiſtulis, juxta primum & ſecundum artificium conſtructis, annuli lignei tornati ſingularum extremis exterioribus aptentur, quo fiſtulæ anguſtiores nunquam totæ in ampliores ingrediantur, & tædium afferant extracturo.

3. Una

3. Una tubi extremitate, inſeratur cochleæ fæminæ ibidem agglutinatæ lens objectiva, annulo ligneo incluſa: quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum, ſive plano-convexum, ſive utrinque convexum, hincque imaginem longe poſt ſe rejiciciens (§. 10.).

4. Altera tubi extremitate inſeratur eodem modo lens ocularis, planoconcava, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum.

Quod ſi tubus ita diducatur, ut lens ocularis, ante imaginem lentis objectivæ in diſtantia puncti diſperſionis collocetur, remota objecta, & vicina & ampliata videbuntur.

DEMONSTRATIO.

Demonſtratio completa invenitur in *Elementis meis Diopt.* (§. 340); difficilior autem eſt, quam ut à Tyronibus concipi queat, quia in antecedentibus principia neceſſaria demonſtrari non potuerunt.

SCHO-

Digitized by Google

SCHOLION I.

25. Hevelius (*in Prolegom. Selenogr.* c. 2. ſ. 12.) *commendat ſequentes proportiones.*

DIAMETER.	
Lentis objectivæ utrinque convexæ	*Lentis ocularis utrinque concavæ*
4 *pedum*	$4\frac{1}{2}$ digit.
5	$5\frac{1}{2}$
8	$5\frac{1}{2}$
10	$5\frac{1}{2}$
12	$5\frac{1}{2}$

SCHOLION.

26. *Quamvis per ejuſmodi Teleſcopia objecta ſitu erecto, diſtincta & ampliata videntur, quia tamen nimis anguſtum campum uno obtutu in-*

Digitized by Google

intuendum exhibent, in uſum obſervationum cœleſtium alia conſtructa fuere.

PROBLEMA IV.

27. *Tubum Aſtromonicum conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur tubus ductitius, ut in *Problemate præcedente* (§. 24.) factum. Cui

2. Inſeratur lens objectiva convexa, ſive plano-convexa, ſive utrinque convexa, modo ſit majoris ſphæræ ſegmentum.

3. In altera extremitate, inſeratur lens ocularis utrinque convexa, quæ ſit minoris ſphæræ ſegmentum.

Quod ſi tubus ita diducatur, ut lentium foci confundantur, objectum ſitu inverſo ampliatum, & diſtinctum videbitur.

SCHOLION.

28. *Nonnulli lentem ocularem geminant: aſt cum vitrum non omnes radios tranſmittat,*

ſed haud paucos reflectat, plures lentes imaginem obſcuram reddunt.

SCHOLION II.

29. *Quasdam bonas proportiones exhibet tabella ſequens, in cujus prima columna diameter lentis objectivæ, in altera diameter lentis ocularis reperitur.*

Pedes.	*Digiti.*
$2\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$
10	$4\frac{1}{2}$
12	3
30	$3\frac{3}{10}$

PROBLEMA V.

30. *Teleſcopium, quod objecta ſitu erecto repræſentet, conſtruere.*

RESOLUTIO.

1. Conſtruatur tubus, ut in *Problemate* 3. factum. (§. 24.).

2. In-

2. Inſeratur lens objectiva, vel utrinque convexa, vel plano-convexa, quæ ſit majoris ſphæræ ſegmentum.

3. Porro inſerantur tres lentes oculares utrinque convexæ, & æqualium ſphærarum ſegmenta.

SCHOLION.

28. *Quod ſi tubum 4 lentium aptare volueris; primo duæ fiſtulæ, continentes primum oculare, & lentem objectivam diducantur, quoad objectum petitum diſtincte appareat. Idem fiat cum altera parte, in qua dum oculares ſunt. Tum binæ tubi partes rurſus altera in alteram inſerantur, & promoveatur anguſtior in ampliore, quo uſque objectum denuo diſtinctum appareat.*

COROLLARIUM.

32. Si duæ lentes mediæ auferantur, prodit Teleſcopium Aſtronomicum.

PROBLEMA VI.

33. *Quantum Tubus Aſtronomicus objecta ampliet, inquirere.*

RESOLUTIO.

Dirigatur tubus verſus ſeriem tegu-

gularum in tecto, & quot tegulæ, per Teleſcopium tantæ appareant, quanta integra ſeries eſt, obſervetur; ſic innoteſcet, quoties Teleſcopium diametrum objecti ampliet.

COROLLARIUM.

34. Quia circuli ſunt inter ſe, ut quadrata, & ſphæræ ut cubi diametrorum (§. 131. 212. *Geom.*) facile invenitur, quoties ſuperficies, & quoties corpus amplietur.

DEFINITIO VI.

35. Per *Operturam* intelligimus annulum, qui in lente objectiva operitur, ne radii per eum in tubum incidant. *Apertura* vero eſt circulus, qui in medio lentis objectivæ apertus manet, ut radii per eum in tubum incedere poſſint.

PROBLEMA VII.

3. *Juſtam aperturam lentis objectivæ in Teleſcopio definire.*

RESOLUTIO.

1. Ex charta compacta & nigra conficiantur plures orbes, quorum dia-

Digitized by Google

diameter latitudini lentis objectivæ æqualis ſit.

2. Hinc exſcindendo orbiculos, fiant annuli diverſarum aperturarum, ita ut diameter minimæ, diametrum piſi majoris vel $\frac{1}{4}$ digiti Rhenani adæquet.

3. Lenti objectivæ annuli omnes ſucceſſive imponantur, & notetur, per quemnam eorum objectum maxime diſtinctum appareat.

Ita nimirum aperturam convenientiſſimam pro omni caſu deprehendes.

PROBLEMA VIII.

37. *Quoties Microſcopium objecta augeat, experientia definire.*

RESOLUTIO.

1. In charta alba ſubtilis breviſque lineola deſcribatur, quam uno obtutu per lenticulam complecti liceat.

2. Tum altero oculo lenticulæ admoto, altero aperto, imago in aëre pendula non procul ab oculo comparebit.

3. Tum circino magnitudo lineæ apparentis capiatur, ac in charta deſignetur; magnitudo lineolæ quoque circino capiatur, & quoties in linea reperta contineatur, inveſtigetur.

4. Invenitur, quoties diametrum objecti Microſcopia amplificent, conſequenter etiam quoties ſuperficiem atque corpus (§. 34.)

SCHOLION.

38. *Singulari dexteritate opus eſt, ad rite peragendum, quod in hac reſolutione præſcribitur.*

PROBLEMA IX.

39. *Microſcopium ex duabus lentibus componere.*

RESOLUTIO.

Eodem fere modo, quo Teleſcopia Aſtronomica conficiuntur, niſi quod lens objectiva eſt parvæ, & lens ocularis majoris ſphæræ ſegmentum. Juſtam earum diſtantiam inter ſe experientia commodiſſime docet. Hanc ob cauſam Teleſ-

eſcopiu m Aſtronomicum inverſum, eſt Microſcopium compoſitum.

SCHOLION. I.

40. *Commendatur proportio lentis objectivæ ad ocularem ut* 1 *ad* 2, *itemque ut* 2 $\frac{1}{2}$ *ad* 3; *diſtantiæ autem lentis objectivæ à foco, conceduntur ad ſummum* $\frac{2}{3}$ *aut* $\frac{1}{2}$ *digiti*, *diſtantiæ vero ocularis à foco ad ſummum* 1 *vel* 1 $\frac{1}{2}$ *dig.*

SCHOLION II.

41. *Conſtruuntur quoque Microſcopia ex tribus lentibus.* Dechales (Dioptr. lib. 2. Prop. 30. fol. 705. Mund. Math.) *laudat Microſcopium* Monconiſii, *in quo objectum diſtabat à lente objectiva* 7. *dig.* 4. *lin.*, *diſtantia foci a lente objectiva erat* 1. *dig.* 1. *lin.*, *diſtantia lentis objectivæ, à media lente oculari* 15 *dig.*, *diſtantia foci ejus dig.* 1., *diſtantia lentis ocularis mediæ ab extrema* 1 *dig.* 5. *lin.*, *diſtantia oculi ab illa* 6 *lin. Aperturæ diameter erat tantum* 1 $\frac{1}{2}$ *lineæ.*

PROBLEMA X.

42. Laternam magicam *conſtruere, quæ exiguas imagines in oppoſito albo pariete valde auctas depingit in conclavi obſcurato*

Digitized by Google

RESOLUTIO.

Fig. 9. 1. Laterna ex lamina ferrea ſtanno obducta conſtruatur, in ejuſque pariete poſtico ſpeculum concavum H collocetur, cujus diameter in majoribus laternis, ad ſummum pedis 1, in mediocribus ped. $\frac{1}{2}$, in parvis 4. vel 5. digit.

2. In foeo ſpeculi concavi lampas Q L collocetur, ellychnio goſſypino ſpiſſiore inſtructa.

3. Januæ laternæ tubus ductitius duarum vel trium fiſtularum I K G afferruminetur, quo pro lubitu diduci poſſit.

4. Hujus tubi pars extrema quadrata efficiatur, crenam utrinque latiorem nacta, per quam aſſerculus quadratus atque oblongus trajici poteſt, in quo rotundi vitrei orbes P N, in diametro fere $\frac{1}{4}$ ped. vel etiam minores inſeruntur, in quibus imagines aqueis ac pellucidis coloribus pictæ ſunt.

5. Eidem tubo immittuntur duæ lentes con-

convexæ, vel etiam plano-convexæ. Harum lentium latitudo, altitudinem imaginis P N æquat Lentis in I diameter $\frac{90}{100}$ ped. alterius K vero $1\frac{20}{100}$ ped. habere poteſt: aut diameter prioris $1\frac{75}{100}$ ped. poſterioris $2\frac{25}{100}$ ped. *Dechales* primam 5. digit., ſecundam 10 dig. facit.

Quod ſi vitra picta inverſe per crenam in tubum inſerantur, & tubus ita diducatur, ut pictura à lente longius quam focus abſit; erectam & ampliatam in adverſo pariete conſpicies. Nam quemadmodum imago, minor eſt objecto, cum hoc à lente valde remotum eſt; ita imago ampliatur, cum objectum lenti æque vicinum eſt ac alias imago: hæcque tantum à lente diſtat, ac alias objectum, cui parva imago eſt.

THEO-

Digitized by Google

THEOREMA V.

44. *Oculus per Polyedrum toties videt objectum, quot ſunt hedræ.*

DEMONSTRATIO.

Etenim à puncto C incidunt radii
Fig. 8. in ſingula plana D A, A B & B E. Quare, cum verſus oculum O refringantur; oculus non ſolum per radium C O objectum in C videt, ſed & per radios F O & G O in c & c, conſequenter toties, quot ſunt hedræ, Q. E. D.

SCHOLION.

44. *Ut objectum verum digito attingere poſſis, ita quidem dirigendus, ut ad ſingulas imagines, digiti ſinguli tendere videantur; ita nimirum verus quoque digitus ad objectum tendet. Hoc qui non obſervant fruſtra objectum attingere conantur. Polyedrum in gyrum quoque moveri poteſt ac obſervari, quænam imago maneat immota: ea enim ipſius objecti eſt; mutant enim apparentia loca, cum plana refringentia loca mutant.*

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA XI.

45. *Vitra ad poliendum apta ſeligere.*

RESOLUTIO.

1. Imponatur vitrum chartæ mundæ, ita enim videbis, quonam colore inficiatur, & eodem tinctum eſſe vitrum colliges. Vitandus autem color nimis fuſcus. Et quoniam vitrum candidiſſimum venas plerumque habet, & in aëre humeſcens ſua ſponte poſt aliquot annos polituram omnem amittit; *Hugenius* (*in Commentariis de formandis vitris* p. 173.) optimum cœteris paribus judicat, quod ſubflavum, leviter rufum aut ſubviride apparet. *Hevelius* (*in Prolegom. Selenogr.* 14.) leviter cœruleum probat.

2. Vitrum à veſiculis, arenulis, venulis, vorticibus ac ſpiris nocivis immune deprehendes, ſi lumen ſolare per id tranſmiſſum charta alba excipiatur: ſinguli enim nævi per umbras reſpondentes detegentur; quia enim hujuſmodi nævi refractionem valde turbant, ſedulo

cavendum, ne tales in medio lentis extra operturam ſint.

PROBLEMA XII.

46. *Vitra atterere & polire.*

RESOLUTIO.

1. Catinus arena minuta & madefacta conſpergatur, & panno craſſiori aliquoties complicato imponatur, in eoque vitrum capulo ligneo agglutinatum teratur.

2, Ubi vitrum figuram catini aſſumſit, ipſum cum capulo & catino mundetur, ne quid arenæ priſtinæ ullibi adhæreat; deinde adhibeatur loco arenæ pulvis ſmiridis.

3 Deletis arenularum veſtigiis, adhibeatur arena clepſydralis rubra per ſecerniculum coacta, ut grana omnia ſint æqualia, & tamdiu vitrum in catino teratur, donec aliquem nitorem induerit.

4. Vitro ad polituram præparato, cavitati catini ſuperglutinetur faſcia chartæ tenuis, ejuſdem ubique craſſitiei, abſque

Digitized by Google

aſperitatibus. Glutinis loco eſſe poteſt Gummi in aqua ſolutum, vel pulvicula ex amylo vel farina tritica, nec non ex hoſtiis, quibus in ſacra cœna utimur, confecta. Chartæ exſiccatæ affricetur pulvis Terræ Tripolitanæ, & lente probatoria exploretur, num forte granula quædam craſſiora adſint ſulcos datura. Tandem ſuper hac charta vitrum tamdiu teratur, donec ejus politura cenſeatur perfecta.

DIOPTRICÆ.

FINIS.

Digitized by Google

ELEMENTA PERSPECTIVÆ.

DEFINITIO I.

1. PERSPECTIVA eſt Scientia delineandi objectum, quale in data diſtantia, & in data altitudine oculo apparet.

COROLLARIUM.

2. Eſt itaque neceſſe, ut radii ab imagine reflexi, in oculum eodem modo incidant, quo ab objecto ipſo, in data diſtantia & altitudine, inciderent.

SCHOLION.

TAB. Perſpect. Fig. 1.

3. *Eſto O oculus; videbitur Triangulum A B C, per radios O A, O C, O B, & quoad hi*

Digitized by Google

hi radii eoſdem angulos in oculo facient, Triangulum eodem modo videbitur. Proinde eodem modo videretur, ſi radii O a, O c, O b à tabula H I reflecterentur. Quod ſi concipias H I tabulam eſſe tranſparentem, quam radii à Triangulo A B C exeuntes, non mutati tamen trajiciant; eoſque oculum O adeuntes, tabulam H I, in a, b, c perforare: habebis imaginem, quæ oculo in O eodem modo, ac Triangulum A B C ipſum apparebit. Perſpectiva vero docet, quo pacto puncta a, b, c geometrice inveniri poſſint.

DEFINITIO II.

4. *Punctum viſus* ſeu *Oculi* eſt punctum F, in tabula H I, in quod ex oculo O recta O F ad tabulam H I perpendicularis ducitur; vocatur etiam *Punctum Principale*. TAB. I. *Fig. 2.*

DEFINITIO III.

5. Linea N I, cui tabula inſiſtit, *Linea fundamentalis*, vel etiam, *Baſis tabulæ* dicitur.

DEFINITIO IV.

6. *Linea horizontalis* eſt recta P Q.

per punctum principale F ducta, lineæ fundamentali N I parallela.

DEFINITIO V.

7. *Punctum diſtantiæ* eſt punctum P vel Q in linea horizontali P Q, tanto intervallo à puncto principali F diſtans, quanto oculus O ab eodem diſtat.

PROBLEMA I.

8. *Quodvis planum horizontale ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 3. 1. Deſcribatur planum: ex. gr. triangulum A B C, quemadmodum in Geometria traditum fuit.

2. Ducatur linea fundamentalis D E, in diſtantia trianguli à tabula.

3. Huic linea horizontalis H K parallela ducatur in diſtantia altitudinis oculi.

4. Ex ſingulis angulis plani Geome-

metrici demittantur perpendiculares A 1, C 2, B 3, in lineam fundamentalem D E.

5. In horizontali H K, aſſumatur punctum principale V, & transferatur ex illo, in quam partem libuerit, punctum diſtantiæ K, in data oculi diſtantia.

6. Transferantur ex 1 in A, ex 2 in C, ex 3 in B, perpendiculares A 1, C 2, B 3.

7. Ex puncto principali V ducantur rectæ verſus 1, 2, 3, & ex puncto diſtantiæ K verſus B, A, & C aliæ rectæ.

8. Ubi hæ rectæ ſe interſecabunt, ſc. in *b*, *a*, & *c*, apparebunt puncta B, A, & C. Proinde ductis rectis *b a*, *a c*, *c b*, delineatio ichnographica perfecta erit.

SHOLION.

9. *Hæc regula generalis eſt, poteruntque pro lubitu figuræ eligi, ac ita ichnographice delineari, ſi cui in hujuſmodi ichnographicis delineationibus ſe exercere volupe fuerit. Demonſtratio exhibetur in noſtris* Element. Perſpect.

Digitized by Google

§. 23. *In caſibus particularibus interdum compendia adhiberi poſſunt, quem in finem ſequentia problemata addo.*

PROBLEMA II.

Fig. 4. 10. *Quadratum A B D C, cui aliud I M G H inſcriptum, ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1 Ductis horizontali L K & fundamentali D E, ex puncto principali V transferatur utrinque in lineam horizontalem diſtantia oculi V L & V K.

1. Ducantur V A & V B, itemque B A & L B; erit A *c d* B ichnographia quadrati *A C D B.*

3. Producatur latus quadrati inſcripti I H, donec lineæ Terræ in I occurrat, ducanturque rectæ K I & K M; erit *i h g* M repræſentatio quadrati inſcripti I H G M.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA III.

11. *Circulum ichnographice delineare.*

RESOLUTIO.

1. Super linea terræ A B deſcribatur ſemicirculus, & ex quotlibet punctis peripheriæ C, F, G, H, I &c. demittantur ad lineam terræ perpendiculares C 1, F 2, G 3, H 4, I 5 &c. Tab. II. Fig. 5.

2. Ex punctis A, 1, 2, 3, 4, 5, B, ducantur rectæ ad punctum principale V, item recta ex B ad punctum diſtantiæ L, & alia ex A ad punctum diſtantiæ K.

3. Per communes interſectiones agantur rectæ: ita nimirum habebuntur punctorum A, C, F, G, H, I, B repræſentationes in *a*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, *b*;

4. Tandem puncta iſta arcubus connectantur, ut habeatur projectio circuli *a c f g h i b i h g f c a*.

Digitized by Google

SCHOLION.

12. *Hoc modo qualibet alia linea curva projici poterit.*

PROBLEMA IV.

13. *Scenographiam ſolidi cujuſcunque exhibere.*

RESOLUTIO.

Tab. I. *Fig. 6.* 1. Ichnographia perſpectiva baſeos ſolidi delineetur (§. 8).

2. Super linea fundamentali D E, ex quolibet puncto H, altitudo ſolidi H I perpendiculariter erigatur, & in quodlibet punctum V, in linea horizontali H R aſſumtum, ex punctis H & I, ducantur rectæ V I & V H.

3. Ex angulis *b*, *a*, & *c*, erigantur perpendiculares *b g*, *a h* & *c e*.

4. Ex angulis baſeos, lineæ *b* 1, *d* 2, fundamentali D E parallelæ ducantur.

5. Su-

Digitized by Google

5. Super eadem ex punctis 1, 2, perpendiculares 1 L, 2 M erigantur.

6. Fiat tandem *af* = HI, *bg* = *ce* = 1 L, & *dh* = 2 M, ſuperficies ſuperior *ghef* delineari poterit.

SCHOLION.

24. *Demonſtratio videre eſt in noſtris* Element. Perſpect. (§. 35). *Conſultum vero erit, generalem regulam, nonnullis exemplis illuſtrare.*

PROBLEMA V.

25. *Pyramidim truncatam delineare.*

RESOLUTIO.

1. Si à ſingulis angulis in baſi ſuperiori concipiantur demiſſa perpendicula in inferiorem; prodibit pentagonum, pentagono baſis inſcriptum, cujus latera, lateribus hujus parallela. Quamobrem ſic duplex pentagonum *lmnop*, *abcde* ichnographice delineabitur. TAB. II. *Fig.* 7.

2. Erigatur in H altitudo Pyramidis truncatæ H I, ducanturque ex puncto V, lineæ H V & V I, & determinentur (§. 13.), ut figura oſtendit, altitudines, ſuper angulis internis *a b c d e* erigendæ.

3. Puncta ſuperna *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, lineis rectis jungantur.

4. Tandem rectæ *l k*, *f m*, *g n*, ducantur, & ſcenographia Pyramidis truncatæ erit perfecta

COROLLARIUM.

16. Quod ſi in plano geometrico delineentur duo circuli concentrici, & reliqua deinde fiant, ut in problematis reſolutione; ſcenographia coni truncati perficietur.

PROBLEMA VI.

17. *Super Pavimento erigere parietes, item pilas atque columnas.*

RESOLUTIO.

Tab. III. Fig. 7. 1. Repræſentetur pavimentum A F H 3 in tabula, unà cum baſibus columnarum atque

Digitized by Google

atque pilarum, ſi quæ adfuerint (§. 8. 11.).

2. In fundamentalem transferatur craſſities muri B A, & 3. 1.

3. Ex A & B, item ex 3 & 1, erigantur perpendiculares A D & B C, item 3. 6, & 1. 7. (§. 70. 89. *Geom.*).

4. Puncta D & 6 connectantur cum principali V, rectis D V & 6 V.

5. Ex F & H erigantur perpendiculares F E, & H G.

Ita parietes omnes A D E F, E G H F, & G 6 3 H, cum laqueari D E G 6, delineati erunt.

6. Quod ſi pilæ aut columnæ ſuper pavimento A F H 3 erigendæ; non alia re opus eſt, quam ut ex earum baſibus, vel quadratis vel circularibus ichnographicé delineatis, excitentur perpendiculares indefinitæ, & in linea fundamentali, ad quam pertingit radius F A, per baſin tranſiens, erigatur altitudo vera A D: ducta enim ut ante D V, altitudine ſcenographice determinabuntur.

Digitized by Google

SCHOLION.

18. *Ichnographia pavimenti geometrica, unà cum pilarum columnarumque baſibus, ſecundum regulas Architectonicas delineatur.*

PROBLEMA VII.

19. *Januam ſcenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

Tab. III. *Fig.* 8. Sit janua delineanda in pariete D E F A.

1. In lineam fundamentalem transferatur ejus diſtantia A N, ab angulo A, unà cum latitudinibus poſtium N I & L M, atque latitudine ipſius januæ L I.

2. Ad punctum diſtantiæ K, ex ſingulis punctis, N, I, L, M, ducantur rectæ K N, K I, K L, K M, quæ latitudinem januæ *l i*, atque poſtium latitudines *i n* & *l m* determinabunt.

3. Ex A in O transferatur altitudo januæ A O, & ex A in P, altitudo poſ-

Digitized by Google

poſtium A P, aut ex O in P latitudo poſtis tranſverſi.

4. Jungantur O & P cum puncto principali V rectis P V & O V.

5. Tandem ex *n*, *i*, *l* & *m* erigantur perpendiculares pertingentes ad P V & O V: atque ſic janua determinata erit.

5. Craſſities muri in *l*, per craſſitiem muri in A B determinatur, ducta recta ex B in punctum principale V.

II. Si janua delineanda in pariete E F H G, eodem fere modo ſingula peragenda ſunt. Nam.

1. In lineam terræ transferatur ex A in R diſtantia januæ ab angulo in plano geometrico, & inde ulterius latitudo januæ ex R in T.

2. Ex R & T ducantur ad punctum principale V lineæ R V & T V, ut habeatur latitudo *r t* in plano perſpectivo.

3. Ex *r* & *t*, erigantur perpendiculares indefinitæ ad F H.

4. Ex

4. Ex A in P transferatur ut ante altitudo A P vera.

5. Denique ex P ducatur ad punctum principale V recta P V; erit F z altitudo ichnographica

6. Fiant *r r* atque *t t* ipſi F z æquales.

Ita janua *r r t t* erit delineata; nec difficulter adduntur poſtes.

PROBLEMA VIII.

20. *Feneſtras ſcenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 8. 1. Ex 1 in 2 transferatur craſſities muri ante feneſtram, ex 3 in 4 ejus diſtantia ab angulo, & ex 4 in 5. ejus latitudo.

2. Ex 4 & 5, ducantur ad punctum diſtantiæ L rectæ L 5 & L 4, quæ latitudinem feneſtræ perſpectivam 10. 9 deſignabunt.

3. Ex 10 & 9 erigantur ad pavimentum perpendiculares, hoc eſt, ducantur

cantur ipſi 63 parallellæ indefinitæ.

4. Ex 3 in 11 transferatur diſtantia feneſtræ a pavimento, & ex 11 in 12 ejus altitudo.

5. Denique ex 11 & 12 ducantur ad punctum principale rectæ V. 11 & V. 12; quæ perpendiculares 10. 13, & 9. 14, in 13 & 14, itemque in 15 & interſecantes, apparentiam feneſtræ exhibebunt.

6. Craſſities muri ante feneſtram, ut in problemate præcedente reperiri poterit.

PROBLEMA IX.

21. *Januam apertam ſcenographice repræſentare.*

RESOLUTIO.

Quoniam janua, dum aperitur, ſemicirculum deſcribit; ſchenographia januæ (§. 19.) delineetur. TAB. II. Fig. 9.

1. Repræſentetur in tabula ſemicir-

circulus $e\,c\,d$, cujus centrum a, ſemidiameter vero latitudo januæ, $a\,d$ (§. 11.).

2. In eo notetur punctum c, ubi janua deſinit, & inde ducatur $f\,c$, ad fundamentalem perpendicularis.

3. Per c & a agatur $c\,a$, quæ continuata horizontalem V O in O ſecat.

4. Denique ex puncto O per b ducatur recta $b\,f$; & janua aperta $b\,f\,c\,a$ delineata habetur.

SCHOLION.

22. *Eodem modo feneſtræ apertæ delineantur. Neque neceſſe eſt, integrum ſemicirculum ichnographicè deſcribi; ſufficit punctum c, ſecundum regulam generalem, problemate* 1 (§. 8.) *exhibitam determinari.*

PROBLEMA X.

23. *Data apparentia corporis opaci & luminoſi, per radios divergentes radiantis, ex gr. lampadis, candelæ aut facis accenſæ, invenire apparentiam umbræ.*

RE-

RESOLUTIO.

1. Quæratur punctum M, in delineatione ichnographica, in quod incidit linea ex centro luminis L in pavimentum, cui corpus inſiſtit perpendiculariter demiſſa (§. 8.) TAB. II. *Fig.* 11.

2. A ſingulis angulis corporis ſeu punctis ſublimibus, demittantur itidem perpendiculares ad pavimentum: quod in noſtro caſu non neceſſe eſt, cum lineæ AD, BE, CF, ſint hæ lineæ deſideratæ.

3. Per extremitates infernas harum perpendicularium F, E, D, ducantur ex M rectæ MG & MH, per A, C, B autem, ex L aliæ lineæ LG, LH, priores in G & H, interſecantes, umbramque DEHG terminantes.

PROBLEMA XI.

24. *Determinare umbram ſolidi in parietem RQ, aut aliud ſolidum cadentem.* TAB. I. *Fig.* 12.

RE-

Digitized by Google

RESOLUTIO.

Tab. I. Fig. 12. 1. Quæratur umbra in pavimentum projecta B M C (§. 23).

2. Ex puncto T, ubi recta N M, tranſiens per N & punctum E, in quod perpendicularis à vertice ſolidi demiſſa incidit, parietem R Q ſecat, erigatur T O, ad pavimentum cui ſolidum inſiſtit perpendicularis, ſecans L M in O; & habetur longitudo umbræ, in parietem cadentis. Latitudo ſe ipſam inferne exhibet.

PROBLEMA XII.

25. *Data altitudine ſolis ſupra horizontem; umbram ſolidi delineare radiis ſolaribus, pavimento, cui ſolidum inſiſtit, parallelis incidentibus.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 13. 1. Quoniam ſol radiat per radios parallelos, radii autem pavimento paralleli exiſtunt, per angulos ſolidi ſingulos, agantur rectæ inter ſe, & lineæ fundamentali parallelæ H L, E K & F I.

2. Per

2, Per angulos ſuperiores, aut puncta ſublimia A, B, D agantur rectæ A K, B L, D I, quæ cum perpendicularibus A G, B H, D F angulos conſtituant, complemento altitudinis ſolis, ſeu diſtantiæ ejus à vertice æquales, atque priores in L, K & I interſecent; determinabitur itaque umbra F I K L.

PROBLEMA XIII.

26. *Sole ultra tabulam conſtituto, data ejus diſtantia à plano verticali; & altitudine ſuper pavimento, in quo corpus conſtituitur; exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis.*

RESOLUTIO.

1. Ex puncto principali V erigatur V A, ad lineam horizontalem H R perpendicularis, fiatque diſtantiæ oculi V L æqualis. Tab. III. *Fig.* 14.

2. Fiat in A angulus V A B, diſtantiæ ſolis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita B D, factaque B C = B A, fiat angulus D C B, altitudini ſolis æqualis, ut habeatur punctum D.

Digitized by Google

4. Quod ſi jam quæratur apparentia umbræ, quam projicit punctum ſublime H; demiſſa perpendiculari HI ad planum perſpectivum, ducatur per I recta KIB & per H recta DHK, erit IK umbra quæſita.

SCHOLION.

27. *Planum verticale dicitur, quod pavimento, aut plano geometrico perpendiculariter inſiſtit.*

PROBLEMA XIV.

28. *Sole ante tabulam conſtituto, data ejus diſtantia à plano verticali, & altitudine ſuper horizonte ſeu pavimento, in quo corpus conſtituitur; exhibere apparentiam umbræ ejuſdem corporis.*

RESOLUTIO.

TAB. III. *Fig.* 15. 1. Ex puncto principali V erigatur VA, ad lineam horizontalem HR perpendicularis, & diſtantiæ oculi æqualis.

2. Fiat in A angulus VAB, diſtantiæ ſolis à plano verticali æqualis.

3. In B erigatur perpendicularis indefinita BD factaque BC = BA, fiat

ſiat angulus B C D datæ altitudini ſolis æqualis; poteritque ut in problemate antecedente, ex datis punctis B & D, umbra corporis reperiri.

PROBLEMA XV.

29. *Umbram corporis delineare, quam ad lumen feneſtræ projicit.*

RESOLUTIO.

1. Ex medio feneſtræ E, itemque ex angulis A & B demittantur perpendiculares E F, A C, B G. TAB. III. *Fig.* 10.

2. Prolongetur E F in D, quo altitudo feneſtræ E D prodeat. Erunt C, F, G, puncta, ex quibus lineæ umbræ, per puncta inferna perpendicularium ducuntur: contra E & D puncta, ex quibus lineæ per ſupernos angulos deſcribuntur.

Nempe puncta C, F, & G, hic idem ſunt, quod ſupra (§. 23.) punctum M; & duo E & D, quod ibi centrum L. TAB. III. *Fig.* 11.

SCHOLION I.

30. *Omnium quæ hactenus docuimus, accuratæ demonſtrationes in noſtris* Element. Perſpect. *exhibentur.*

Digitized by Google

PROBLEMA XVI.

31. *Objectum quodcunque datum accurate delineare.*

RESOLUTIO.

Tab. II. Fig. 16. 1. E quatuor ſubcudibus paretur quadratum D E per fila iiſdem parallela in areolas quadratas inter ſe æquales diviſum.

2. Super tabula F G eidem firmiter annexa erigatur perpendiculariter Dioptra H, ut ſit quadrato parallela.

3. Charta, in qua objectum delineandum, dividatur in totidem areolas quadratas, in quot quadratum D E diviſum.

4. Per dioptram H, oculo in objectum directo, quod ultra tabulam D E debito intervallo remotum, obſervetur, in quibus areolis D E ſingulæ partes appareant, & eædem delineentur, in quadratulis, quæ ſuper charta iiſdem reſpondent.

Ita artis delineandi peritus ſatis accurate apparentiam objecti exhibebit.

FINIS PERSPECTIVÆ.

ET TOMI PRIMI.

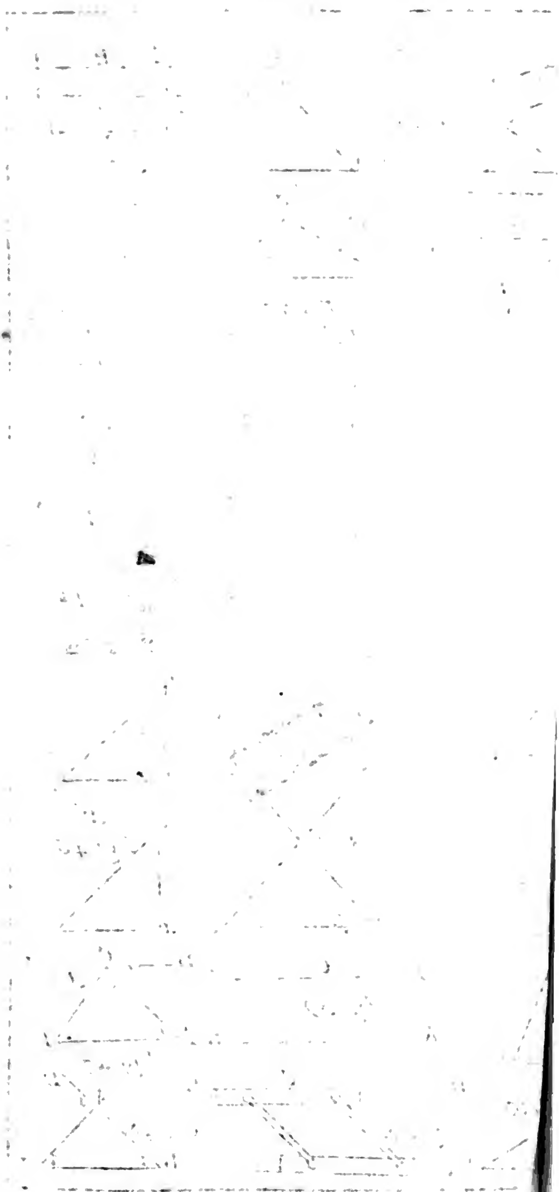
Digitized by Google

Digitized by Google

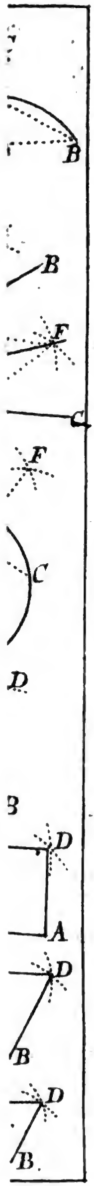
Digitized by Google



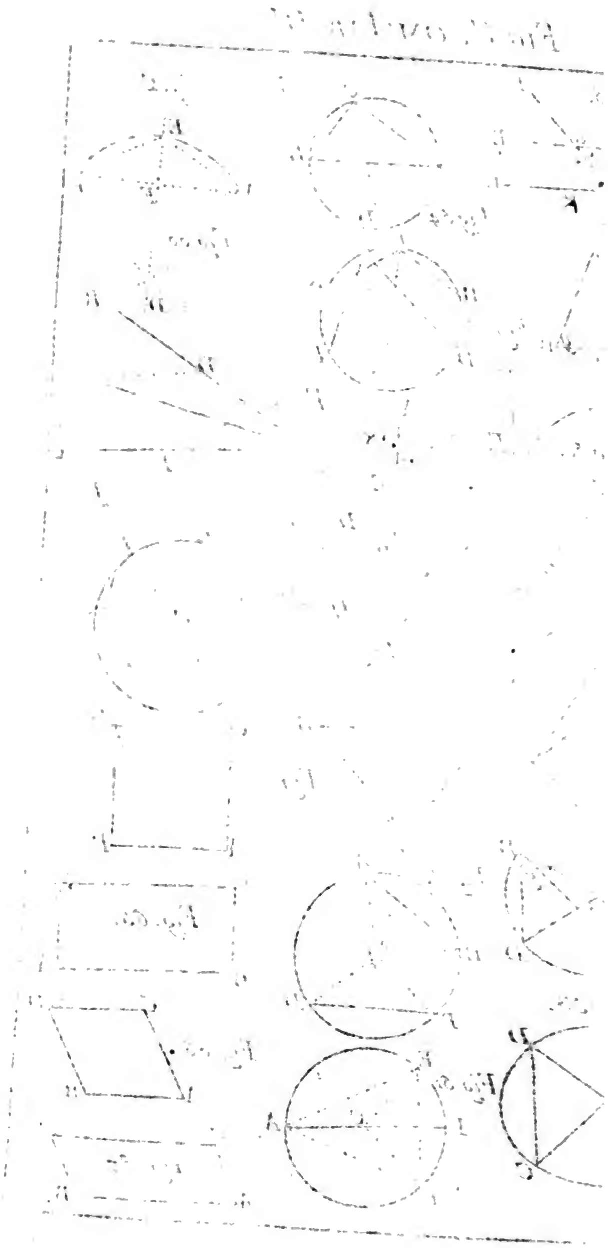
Digitized by Google

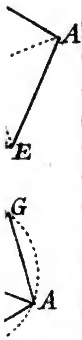


Digitized by Google



Digitized by Google





g:81.

g:82.





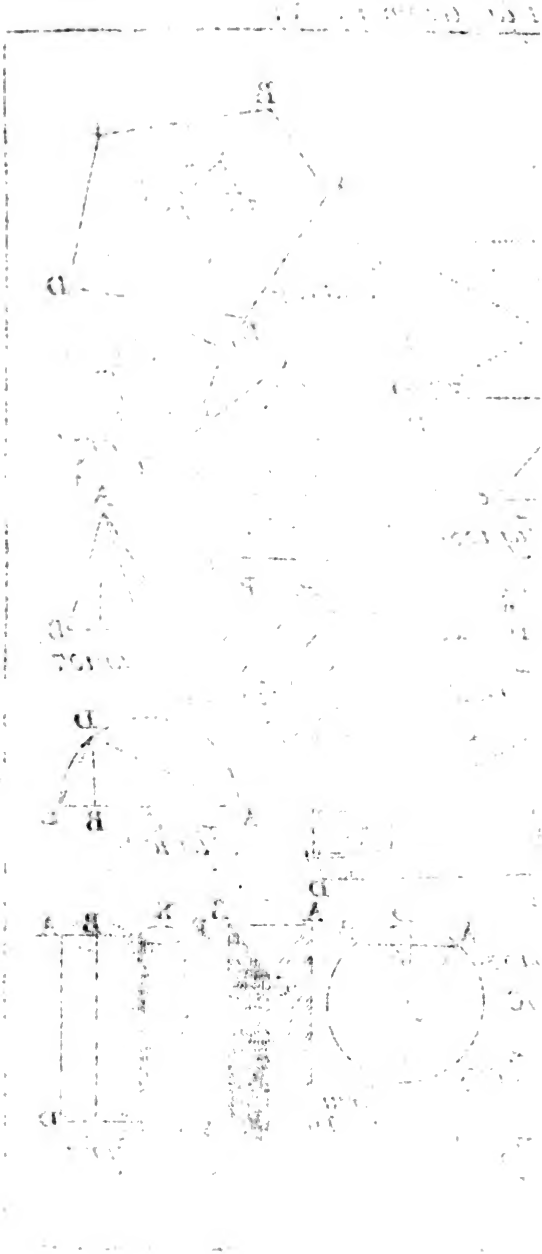
Digitized by Google



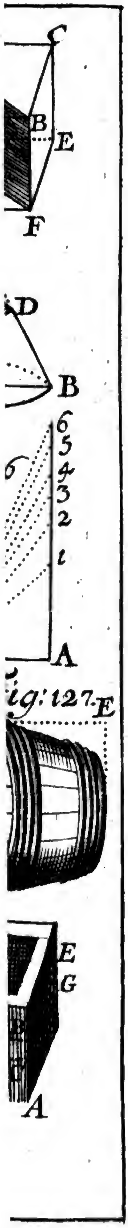
Digitized by Google



Digitized by Google



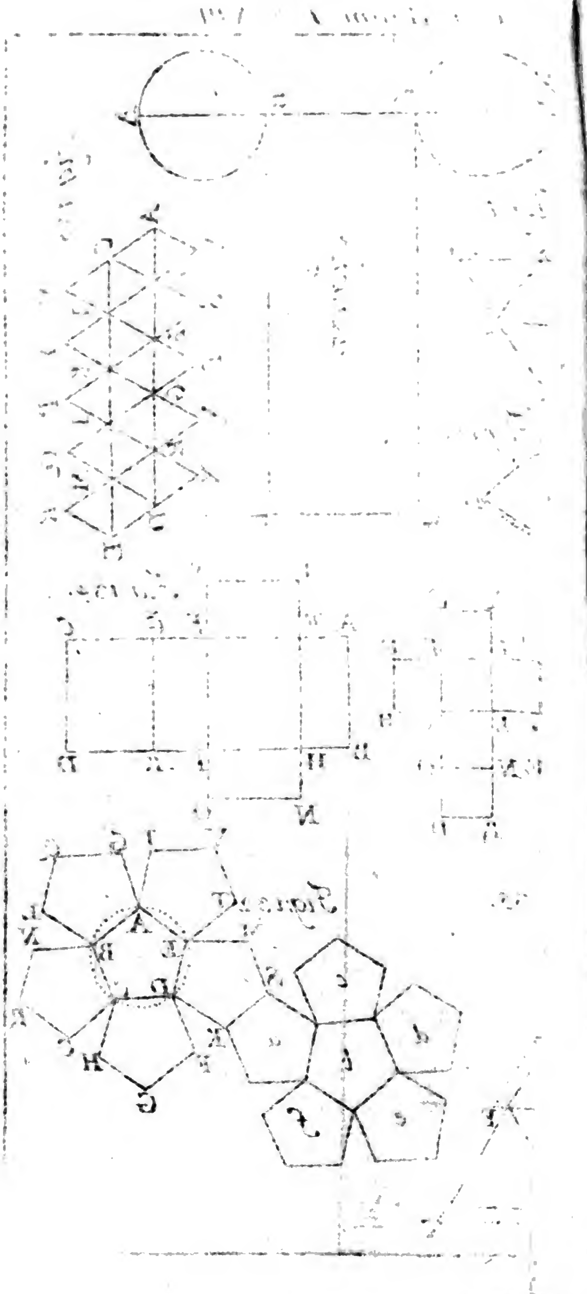
Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

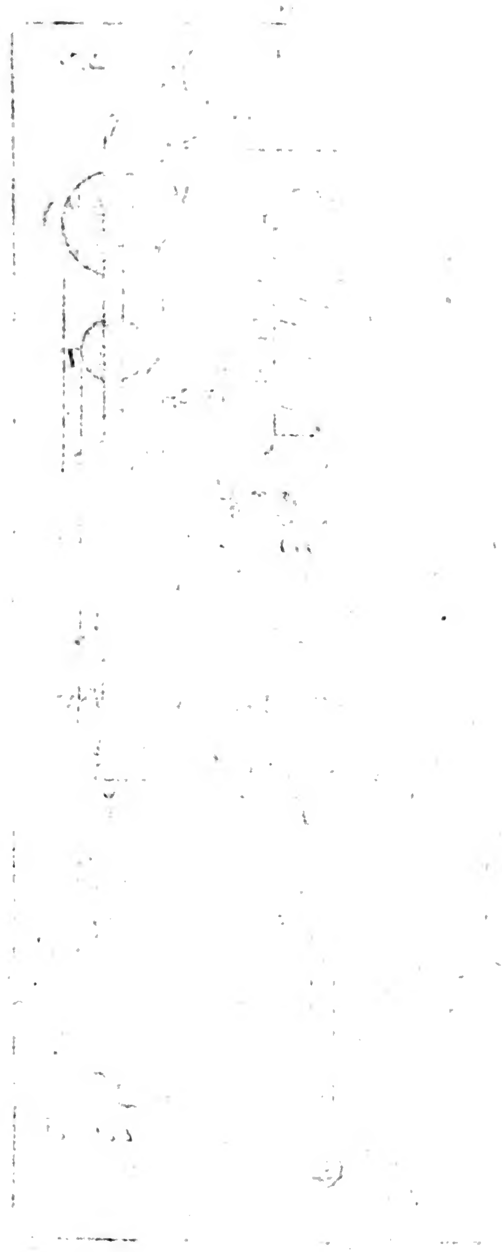

N O P Q R
L N R



Digitized by Google

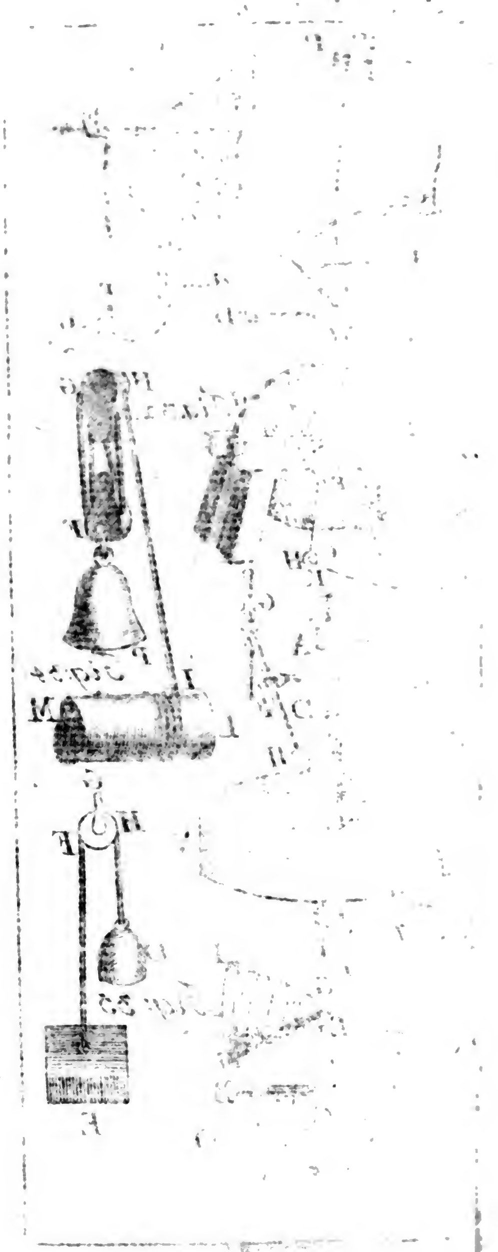


Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google





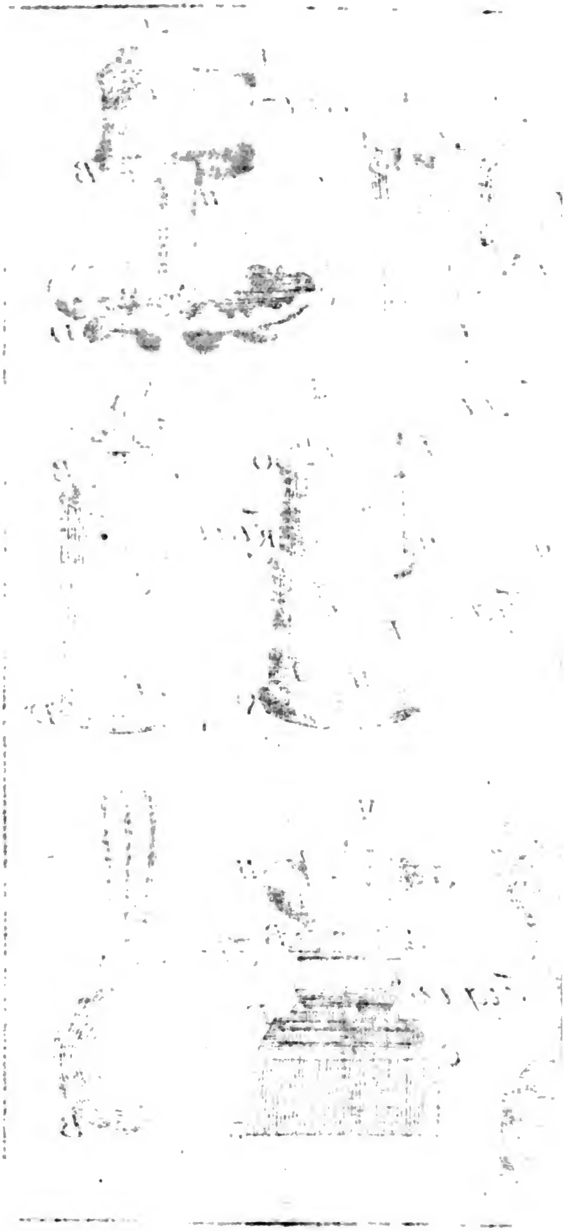
Digitized by Google



Digitized by Google

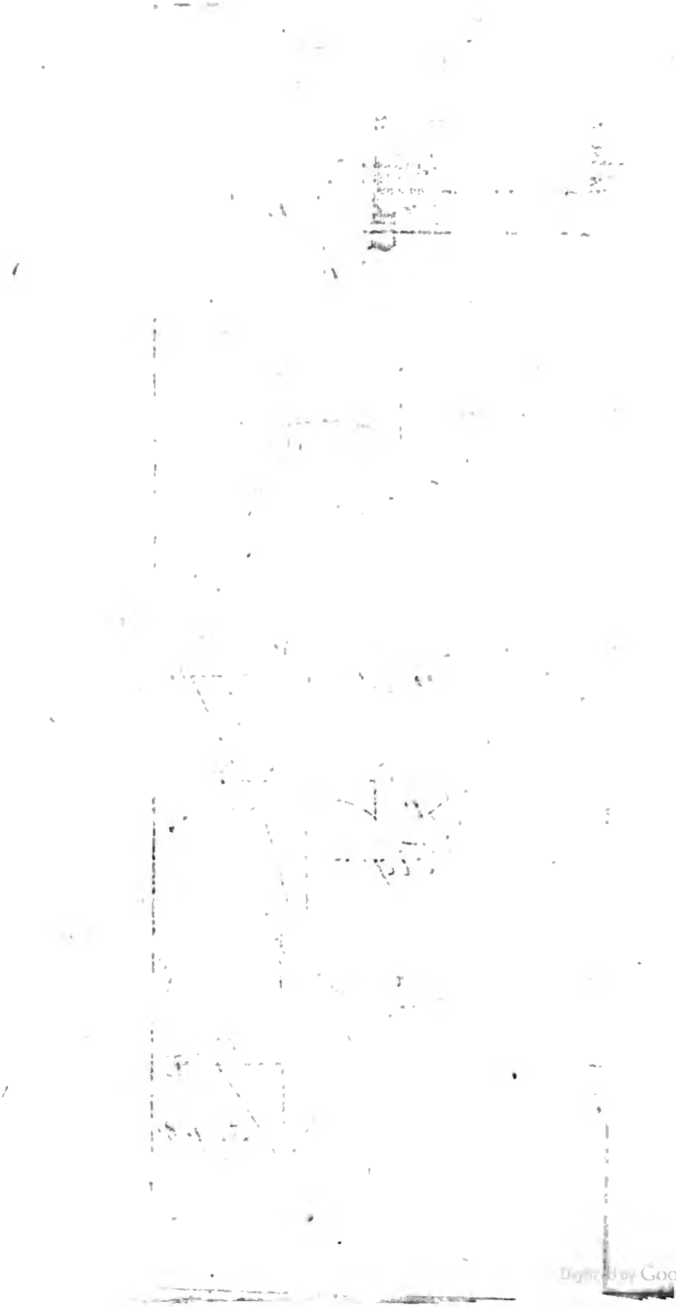


Digitized by Google

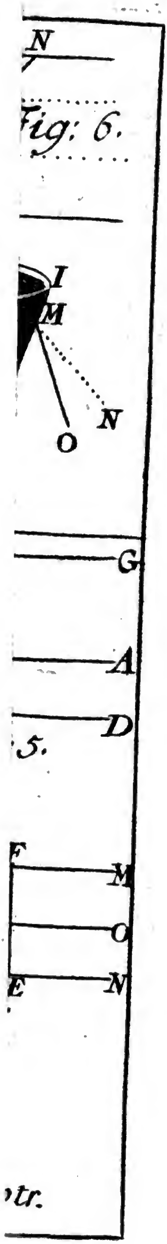


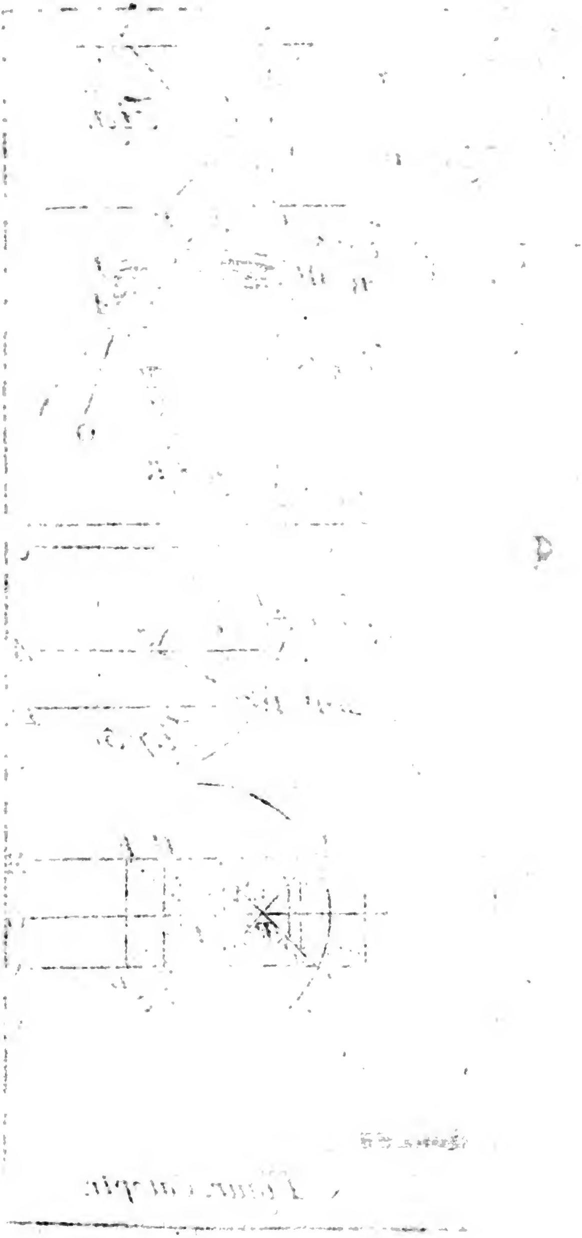
Digitized by Google

Digitized by Google



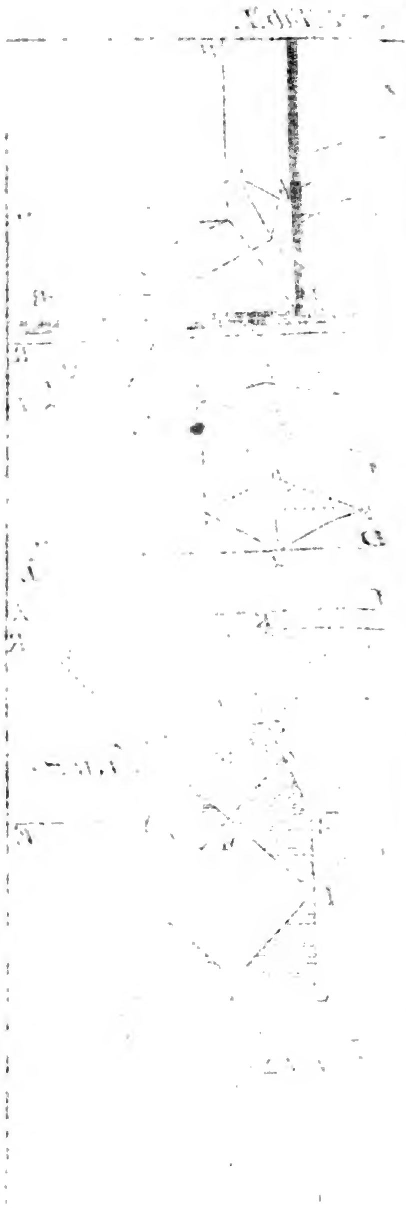
Digitized by Google


N
Fig: 6.
I
M
N
O
G
A
D
5.
F
M
O
E
N
tr.



Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

CB/3

Digitized by Google